Semestar 2 – treće pitanje

1. Princip optimalnosti kod dinamičkog programiranja - 298
2. Prosta raspodela jednorodnog resursa metodom DP - 304
3. Složena raspodela jednorodnog resursa metodom DP - 309
4. Optimalna zamena mašina metodom DP - 313
5. Postavke zadatka optimizacije pasivne redundanse - 438
6. Postavke zadatka optimizacije aktivne redundanse – 315 + 438
7. Osnovni pojmovi u teoriji redova čekanja, klasifikacija i obeležavanje - 446
8. Osnovne performanse sistema sa redovima čekanja i Litlova formula - 450
9. Procesi rađanja i umiranja - 465
10. Model M/M/s - 470
11. Klasični model upravljanja zalihama kada je tražnja konstantna - 497
12. Proširenje klasičnog modela upravljanja zalihama kada je tražnja konstantna - 501
13. Model upravljanja zalihama kada je dozvoljeno kašnjenje u isporuci - 504

1. Princip optimalnosti kod Dinamičkog Programiranja (297. strana)

Svojstvo: Optimalan niz upravljanja za celokupni proces je i u delovima optimalan.

Princip optimalnosti:

Optimalni niz upravljanja ima osobinu da je, bez obzira na upravljanja koja su dovela do nekog stanja na nekoj etapi, niz upravljanja na preostalim etapama optimalan u odnosu na to stanje kao početno.

2. Prosta Raspodela jednorodnog Resursa metodom Dinamičkog Programiranja (304. Strana)

Problem proste raspodele jednorodnog resursa (PRR):

Za svaku aktivnost A_i naći količinu resursa x_i koju u nju treba uložiti, tako da ukupna ostvarena dobit bude maksimalna, a ukupna raspoloživa količina resursa S bude u potpunosti raspoređena.

PRR se matematički modelira kao:

(max) $\sum C_i(X_i)$

p.o.

$\sum X_i=S$

$Fi(r) = \max \{ci\ (xi) + Fi\text{-}1\ (r\text{-}xi)\}$

3. Složena Raspodela jednorodnog Resursa metodom Dinamičkog Programiranja (309. strana)

Problem složene raspodele jednorodnog resursa (SRR):

Za svaki proizvod P_i naćinjegovu količinu resursa x_i koju treba proizvesti, tako da ukupna ostvarena dobit bude maksimalna, a ukupna količina utrošenog resursa ne prelazi S.

SRR se matematički modelira kao:

(max) $\sum C_i(X_i)$

p.o.

$\sum a_i\ (X_i) \leq S$

$Fi(r) = \max \{ci\ (xi) + Fi\text{-}1\ (r\text{-}ai\ (xi))\}$

4. Optimalna Zamena Mašina metodom Dinamičkog Programiranja (313. strana)

Problem zamene mašina (ZM):

Jedan proizvodni pogon treba da u toku n godina eksploatiše mašinu određenog tipa, pri čemu na početku prve godine ovaj pogon raspolaže mašinom čija je starost jednaka t. Na početku svake godine donosi se odluka da li će se mašina zadržati ili će se zameniti novom. Prilikom eksploatacije mašine tokom godine i, ako ona na početku ove godine ima starost t, ostvaruje se neposredni prihod od $d_i(t)$, dok su troškovi njenog održavanja $o_i(t)$. Ako se na početku godine i mašina starosti t zameni novom mašinom, troškovi zamene iznose $z_i\ (t)$.*

Donosi se jedna od dve vrste odluka:

- Stara mašina se zadržava. Dobit = $d_i\ (0) - o_i\ (0)$
- Stara mašina se zamenjuje novom. Dobit = $d_i\ (0) - o_i\ (0) - z_i\ (0)$

5. Postravke zadatka optimizacije pasivne redundanse (438. strana)

Vrste redundanse:

a. Aktivna redundansa – kada je pouzdanost osnovne komponente jednaka pouzdanosti redundantne (R(Oj) = R(xj) – aktivna (vruća) redundansa.
b. Poluaktivna redundnansa – kada je pouzdanost osnovne komponente manja od pouzdanosti redundantne (R(Oj) < R(xj) – poluaktivna (topla) redundansa.
c. Pasivna redundansa – redundantne komponente su u nekoj vrsti rezerve i uključuju se tek kada osnovna komponenta otkaže. Redundantna komponenta ne može otkazati dok se nalazi u rezervi.

   Iz ovih pretpostavki sledi:

   A. Raspodela vremena do otkaza komponente je eksponencijalna.
   B. Raspodela broja otkaza je Puasonova.

   Pouzdanost sistema:

$$\mathrm{Rs(x)} = \prod_{\mathrm{j=1}}^{\mathrm{J}} \mathrm{Rj}(xj; \alpha j)$$

p.o.

$$\sum_{j=1}^{J} Cj\, xj \leq Co$$

$xj \in No$ j = 1, ... , J

J – broj komponenti α = λt

αj – parametar Puasonove raspodele, tj. očekivani broj otkaza u intervalu t

6. Postravke zadatka optimizacije aktivne redundanse (438 + 315. strana)

Aktivna redundansa – kada je pouzdanost osnovne komponente jednaka pouzdanosti redundantne (R(Oj) = R(xj) – aktivna (vruća) redundansa.

Problem optimizacije pouzdanosti serijskog redundantnog sistema (PSRS):

Za svaki podsistem Si odrediti broj redundantnih komponenti xi koje mu treba dodati, tako da pouzdanost Ri(x) celog sistema bude maximalna, a ukupna količina uloženog resursa ne prelazi C_0.

$$\max \mathrm{Rs(x)} = \prod_{j=1}^{J} Rj(xj)$$

p.o.

$$\sum_{j=1}^{J} \mathrm{Cj(xj)} \leq \mathrm{C}_0$$

Rj – pouzdanost

Xj – redundansa

Cj(xj) – utrošak resursa za svako dodatu komponentu xj

C_0 – ukupni resursi

7. Osnovni pojmovi u teoriji redova čekanja, klasifikacija i obeležavanje (446. strana)

Struktura sistema usluživanja:

U mesto koje se naziva sistem usluživanja, u nekim obično slučajnim vremenskim trenucima dolaze objekti (ulazni tok), koji se izlažu određenim operacijama (usluživanju) i zatim napuštaju sistem (izlazni tok).

Osnovni pojmovi:

- Ulazni tok
- Red
- Sistem usluživanja
- Izlazni tok.

Sistem RČ se klasifikuje na osnovu ovih šest obeležja:

X – tok dolazaka	(Puasonov, Erlangov, deterministički, opšti)
Y – tok odlazaka	(isto)
Z – broj kanala usluživanja	
U – kapacitet sistema	(pretpostavlja se – neograničen)
V – pravilo usluživanja	(**FIFO**, PRI, LIFO, SIRO)
R – veličina populacije	(pretpostavlja se – neograničena)

Obeležavanje:

n – broj klijenata u sistemu

P – verovatnoća

S – broj kanala usluživanja

λ – intenzitet dolazaka

μ – intenzitet usluživanja

L – očekivani broj klijenata u sistemu

Lq – očekivana dužina reda

w – vreme klijenta u sistemu

wq – vreme klijenta u redu

8. Osnovni performanse sistema sa redovima čekanja i Litlova formula (450. strana)

Osnovne performanse sistema sa RČ:

L – očekivani broj klijenata u sistemu

Lq – očekivana dužina reda

w – vreme klijenta u sistemu

wq – vreme klijenta u redu

λ – intenzitet dolazaka

μ – intenzitet usluživanja

$L = \lambda W$

$Lq = \lambda Wq$

$W = Wq + \frac{1}{\mu}$

9. Procesi rađanja i umiranja (465. strana)

Procesi rađanja i umiranja su veoma važna klasa procesa Markova. U procesima rađanja i umiranja je moguće da se iz jednog stanja n pređe samo u susedno stanje n-1 ili n+1.
Rađanjem se naziva pojavljivanje novog klijenta, jer povećava broj klijenata u sistemu za 1.
Umiranjem se naziva napuštanje opsluženog klijenta jer se smanjuje broj klijenata u sistemu za 1.

λ – intenzitet dolazaka u sistem (rađanja)

μ – intenzitet odlaska iz sistema (umiranja)

Može se desiti samo jedno rađanje ili jedno umiranje u datom trenutku.
Događaji ulazak u stanje i izlazak iz stanja moraju da slede jedan drugog, tj. Ne mogu se desiti dva ulaska/izlaska za redom. To znači da su ova dva broja ili jednaki ili se razlikuju najviše za 1, tj:

$$|Un(t) - In(t)| \leq 1$$

Jednačina ravnoteže: $\lim_{t\to\infty}\left(\frac{\mathrm{Un(t)}}{t}\right) = \lim_{t\to\infty}\left(\frac{\mathrm{In(t)}}{t}\right)$

U ustaljenom stanju ove dve veličine moraju da budu jednake (očekivani intenzitet toka izlaska iz stanja n = očekivani intenzitet toka ulaska u stanje n)
Ovde fale još pretpostavke da bi neki proces bio proces rađanja i umiranja (3) i Dijagram stanja.

10. Model M/M/s (470. strana)

M/M – vreme dolaska/vreme usluživanja – eksponencijalno su raspodeljena tj. statistički nezavisna, dok je tok dolazaka Puasonov.
s – broj kanala opsluživanja je pozitivan broj

ρ = $\frac{\lambda}{\mu}$

ρ – faktor usluživanja — kada je ρ > 1 -> sistem je nestabilan

λ – intenzitet dolazaka — kada je ρ < 1 -> sistem je stabilan

μ – intenzitet odlazaka

A. Kada postoji samo jedan kanal usluživanja s=1
   Verovatnoća da klijent neće čekati u redu je:
   P{wq=0} = 1-ρ   Po = 1 – ρ
   Po – verovatnoća da je u sistemu nula klijenata
B. Kada postoji više kanala usluživanja s>1
   Verovatnoća da klijent neće čekati na uslugu jednaka je verovatnoći da se sistem nalazi u nekom od stanja n<s:
   P{wq=0} = $\sum_{n=0}^{S-1} \mathrm{Pn}$
   Pn = Po * ρ^n

$$Lq = \frac{\rho^2}{1-\rho}$$

$$L = \frac{\rho}{1-\rho} = Lq + \rho$$

$$Wq = \frac{\rho}{\mu-\lambda} = \frac{Lq}{\lambda}$$

11. Klasični model upravljanja zalihama kada je tražnja konstantna (497. strana)

Pretpostavke na kojima se zasniva model upravljanja zalihama kada je tražnja const:

1) Tražnja je poznata, deterministička i kontinualna
2) Poznati su jedinična cena c, jedinični troškovi naručivanja cs i jedinični troškovi držanja zaliha ch.
3) Isporuka je trenutna
4) Nije dozvoljen nedostatak zaliha
5) Troškovi se ne menjaju u vremenu i ne zavise od količine naručivanja.

cs – troškovi naručivanja

ch – jedinični trošak zaliha — Ch$\frac{Q}{2}$θ = troškovi držanja zaliha

T – planski period — λ = $\frac{N}{T}$ λ – intenzitet tražnje

n – broj narudžbi

N - tražnja

Q*=$\sqrt{\frac{2csN}{chT}}$ - optimalna količina narudžbe

C*=$\sqrt{2cschNT}$ - optimalni troškovi

Θ*=$\sqrt{\frac{2csT}{chN}}$ - optimalno vreme između dve narudžbine

n*=$\sqrt{\frac{chNT}{2cs}}$ - optimalni broj narudžbi

Cu = (Nc +) cs $\frac{N}{Q}$ + $\frac{chTQ}{2}$ - ukupni troškovi (zaliha)

Fali slika

12. Proširenje klasičnog modela upravljanja zalihama kada je tražnja konst. (501. str.)

12.1. Model sa popustom u ceni (*ne važi peta pretpostavka* – troškovi se ipak menjaju u toku vremena)

Što je Qi veća -> manja je ci.

Cuj = Ncj + cs $\frac{N}{Q}$ + $\frac{chTQ}{2}$ - cj – broj različitih cena, kako se Q povećava

12.2. Model sa konačnim vremenom isporuke (*ne važi treća pretpostavka* – isporuka se ipak ne obavlja trenutno već traje određeno vreme τ koje zavisi od intenziteta isporuke ψ.

Da bi sistem funkcionisao intenzitet isporuke mora da bude veći od intenziteta potrošnje λ.

Ψ>λ

Zτ - nivo zaliha na kraju isporuke — Q*=$\sqrt{\frac{2csN}{chT}}$ * $\sqrt{\frac{\Psi}{\Psi-\lambda}}$

τ – Trajanje isporuke

Ψ – Intenzitet isporuke

λ – intenzitet potrošnje

Q = Ψ τ — Z τ = (1- $\frac{\lambda}{\Psi}$) Q

C = cs $\frac{N}{O}$ + $\frac{ch\ T\ Z\tau}{2}$ — Q – Zτ = λτ — **Fale dve slike**

13. Model upravljanja zalihama kada je dozvoljeno kašnjenje u isporuci (504. strana)

Kod modela zaliha kada je dozvoljeno kašnjenje u isporuci je *izostavljena četvrta pretpostavka* (dozvoljen je nedostatak zaliha, i u tom slučaju se tražnja gomila i za nezadovoljavanje tražnje se plaćaju penali).

y – nivo zaliha

Θ1 – vreme držanja zaliha

Θ2 – vreme bez zaliha (vreme plaćanja penala)

cs – troškovi naručivanja

ch – jedinični trošak zaliha

cp – jedinični troškovi penala

T – planski period

n – broj narudžbi

N - tražnja

Q*= $\sqrt{\frac{2csN}{chT}} + \sqrt{\frac{cp+ch}{cp}}$ - optimalna količina narudžbe

y* = $\sqrt{\frac{2csN}{chT}} + \sqrt{\frac{cp}{cp+ch}}$ - optimalni nivo zaliha

C(Q*, y*) = $\sqrt{2cschNT * \frac{cp}{cp+ch}}$ - optimalni troškovi

n*= $\frac{N}{Q*}$ - optimalni broj narudžbi

Θ*=Θ1 + Θ2 = $\frac{T}{n*} = \frac{TQ*}{N} = \sqrt{\frac{2csT}{chN} * \frac{cp+ch}{cp}}$ - optimalno vreme između dve narudžbine

Θ1*= $\sqrt{\frac{2csT}{chN} * \frac{cp}{cp+ch}}$ - optimalno vreme držanja zaliha

C = (Nc +) cs $\frac{N}{Q} + \frac{chTQ}{2}$ - ukupni troškovi