

Prezime i ime	Broj indeksa	Odsek	Program	Grupa
			Stari Novi	Prva

- 1) Iz 5 skladišta (S1, S2, S3, S4 i S5) u kojima se nalazi 120, 130, 80, 70 i 100 jedinica neke robe treba izvršiti transport do 4 potrošačka centara (P1-P4) čije su potrebe 80, 150, **140** i 130 jedinica respektivno. Putna mreža dopušta da maksimalna količina robe koja se može transportovati u potrošački centar P3 iznosi 42 (iz S2), 30 (iz S3) i 25 (iz S4). Prema neophodnom uslovu za postojanje dopustivog rešenja ukupna propusna sposobnost iz S1 do P3 i S5 do P3 treba najmanje da iznosi – $140 - (42 + 30 + 25) = 43$. (1 poen)

- 2) Iz 4 skladišta (S1, S2, S3 i S4) u kojima se nalazi 120, 150, 60 i 110 jedinica neke robe treba izvršiti transport do 6 potrošačkih centara (P1-P6) čije su potrebe 80, 60, 50, 100, 75 i 120 jedinica respektivno. Imajući u vidu ograničenja putne mreže jedino su moguća sledeća 3 plana transporta:
- A) $x_{11}=40, t_{11}=25; x_{16}=80, t_{16}=17; x_{22}=60, t_{22}=9; x_{23}=50, t_{23}=14; x_{26}=40, t_{26}=16; x_{34}=60, t_{34}=29;$
 $x_{41}=40, t_{41}=22; x_{44}=20, t_{44}=15; x_{45}=50, t_{45}=8; \text{ Max } t_{ij} = 29$
- C) $x_{16}=120, t_{16}=15; x_{21}=80, t_{21}=17; x_{25}=70, t_{25}=20; x_{32}=60, t_{32}=27; x_{43}=40, t_{43}=10; x_{44}=65, t_{44}=15;$
 $x_{45}=5, t_{45}=8; \text{ Max } t_{ij} = 27$
- B) $x_{14}=100, t_{14}=23; x_{15}=20, t_{15}=12; x_{22}=60, t_{22}=9; x_{26}=90, t_{26}=16; x_{31}=60, t_{31}=30; x_{43}=50, t_{43}=10;$
 $x_{45}=30, t_{45}=8; x_{46}=30, t_{46}=18; \text{ Max } t_{ij} = 30$

Napisati koje je od ovih rešenja najbolje u odnosu na minimizaciju vremena transporta C

2 poena

Obrazloženje: Min (29, 27, 30) = 27

- 3) Jedno preduzeće planira da u narednoj godini proizvodi 6 proizvoda (P1-P6), a poznata je potražnja za ovim proizvodima po kvartalima (K1-K4) i ona se mora zadovoljiti. Proizvodnja se realizuje na 3 vrste mašina (M1, M2 i M3) i poznati su kapaciteti ovih mašina u svakom kvartalu. Napisati koliko odgovarajući matematički model upravljanja zalihamama (ne računajući prirodna ograničenja) ima:

nepoznatih	$6 * 4 = 24$	2 poena
ograničenja	$6 * 4 + 3 * 4 = 36$	

- 4) Jedna metaloprerađivačka radionica raspolaže sa 45 šipki dužine 7 metara, 63 šipke dužine 6 metara i 70 šipki dužine 5 metara od kojih treba da iskroji najmanje 175 komada dužine 3 m (deo A) i najmanje 200 komada šipki dužine 2 metara (deo B). Potrebno je formulisati matematički model kojim se određuje koliko svake od tri vrste šipki treba seći na svaki od mogućih načina tako da ukupna količina otpada bude minimalna. U narednoj tabeli date su moguće varijante sečenja šipki (koliko se delova tipa A i B dobija):

Varijante sečenja šipke od 7 m Varijante sečenja šipke od 6m Varijante sečenja šipke od 5m

	1	2	3		1	2	3		1	2	
A	3 m	2	1	0	3 m	2	1	0	3 m	1	0
B	2 m	0	2	3	2 m	0	1	3	2 m	1	2
otпад	1	0	1	2 m	0	1	0	2 m	0	1	

Napisati funkciju cilja odgovarajućeg matematičkog modela optimizacije utroška materijala

1 poen

(Min) $O = x_{11} + x_{31} + x_{22} + x_{23}$

Ukoliko se sve šipke od 5m iskroje na način 1, a sve preostale šipke na način 2 dobija se:

1 poen

komada dela A $45*1 + 63*1 + 70*1 = 178$; ukupno otpada $45*0 + 63*1 + 70*0 = 63$.

- 5) Jedna farma treba da napravi plan proizvodnje za 2 smeše (S1 i S2) za tov pilića. Na raspolaganju su sledeća 4 osnovna hraniva: kukuruz– 3600 kg, suncokretova sačma– 800 kg, koštano brašno–280 kg i lucerkino brašno–250 kg. Karakteristike ovih hraniva kao i zahtevi za hranljive komponente u smešama dati su u sledećoj tabeli:

	proteini	celuloza	lizin	cena
kukuruz	0.09	0.02	0.003	18
lucerkino brašno	0.182	0.247	0.01	99
suncokretova sačma	0.385	0.14	0.013	70
mesno koštano brašno	0.48	0.01	0.026	32
smeša S1	min 12.5%	max 7.5%	min 0.65 %	
smeša S2	min 14%	max 8%	min 0.75 %	

U matematičkom modelu nepoznate označavaju količinu u kg hraniva koju treba pomešati radi dobijanja željenih količina i karakteristika ove 2 smeše.

Napisati funkciju cilja i ograničenje koje obezbeđuje da se dobije tačno 2600 kg smeše S2

$$\begin{aligned} \text{(Min)} \quad \text{Tr} = & 18(x_{11}+x_{12})+99(x_{21}+x_{22})+70(x_{31}+x_{32})+32(x_{41}+x_{42}), \\ & x_{12} + x_{22} + x_{32} + x_{42} = 2600 . \end{aligned}$$

2 poena

Prezime i ime	Broj indeksa	Odsek	Program	Grupa
			Stari Novi	Druga

- 1) Iz 4 skladišta (S1, S2, S3 i S4) u kojima se nalazi 120, 150, 60 i 110 jedinica neke robe treba izvršiti transport do 6 potrošačkih centara (P1-P6) čije su potrebe 80, 60, 50, 100, 75 i 120 jedinica respektivno. Imajući u vidu ograničenja putne mreže jedino su moguća sledeća 3 plana transporta:

A) $x_{11}=40, t_{11}=22; x_{16}=80, t_{16}=17; x_{22}=60, t_{22}=9; x_{23}=50, t_{23}=14; x_{26}=40, t_{26}=16; x_{34}=60, t_{34}=26;$
 $x_{41}=40, t_{41}=22; x_{44}=20, t_{44}=15; x_{45}=50, t_{45}=8; \text{ Max } t_{ij} = 26$

B) $x_{16}=120, t_{16}=15; x_{21}=80, t_{21}=19; x_{25}=70, t_{25}=20; x_{32}=60, t_{32}=25; x_{43}=40, t_{43}=10; x_{44}=65, t_{44}=15;$
 $x_{45}=5, t_{45}=8; \text{ Max } t_{ij} = 25$

C) $x_{14}=100, t_{14}=23; x_{15}=20, t_{15}=12; x_{22}=60, t_{22}=9; x_{26}=90, t_{26}=16; x_{31}=60, t_{31}=29; x_{43}=50, t_{43}=10;$
 $x_{45}=30, t_{45}=8; x_{46}=30, t_{46}=19; \text{ Max } t_{ij} = 29$

Napisati koje je od ovih rešenja najbolje u odnosu na minimizaciju vremena transporta B

2 poena

Obrazloženje: $\text{Min } (26, 25, 29) = 25$

- 2) Iz 5 skladišta (S1, S2, S3, S4 i S5) u kojima se nalazi 120, 130, 80, 70 i 100 jedinica neke robe treba izvršiti transport do 4 potrošačka centara (P1-P4) čije su potrebe 80, 150, 140 i 130 jedinica respektivno. Putna mreža dopušta da maksimalna količina robe koja se može transportovati u potrošački centar P3 iznosi 40 (iz S1), 25 (iz S3) i 35 (iz S5). Prema neophodnom uslovu za postojanje dopustivog rešenja ukupna propusna sposobnost iz S2 do P3 i S4 do P3 treba najmanje da iznosi $\underline{140 - (40+ 25+ 35)} = 40$. (1 poen)
- 3) Jedna farma treba da napravi plan proizvodnje za 2 smeše (S1 i S2) za tov pilića. Na raspolaganju su sledeća 4 osnovna hraniva: kukuruz– 4000 kg, suncokretova sačma– 1000 kg, koštano brašno–250 kg i lucerkino brašno- 300 kg. Karakteristike ovih hraniva kao i zahtevi za hranljive komponente u smešama dati su u sledećoj tabeli:

	proteini	celuloza	lizin	cena
kukuruz	0.09	0.02	0.003	22
mesno koštano brašno	0.48	0.01	0.026	36
suncokretova sačma	0.385	0.14	0.013	78
lucerkino brašno	0.182	0.247	0.01	104
smeša S1	min 12.5%	max 7.5%	min 0.65 %	
smeša S2	min 14%	max 8%	min 0.75 %	

U matematičkom modelu nepoznate označavaju količinu u kg hraniva koju treba pomešati radi dobijanja željenih količina i karakteristika ove dve smeše.

Napisati funkciju cilja i ograničenje koje obezbeđuje da se dobije tačno 2750 kg smeše S2
 $(\text{Min}) Tr = 22(x_{11}+x_{12})+36(x_{21}+ x_{22}) +78(x_{31}+ x_{32})+104(x_{41}+x_{42}),$
 $x_{12} + x_{22} + x_{32} + x_{42} = 2750.$

2 poena

- 4) Jedno preduzeće planira da u narednoj godini proizvodi 6 proizvoda (P1-P6), a poznata je potražnja za ovim proizvodima po kvartalima (K1-K4) i ona se mora zadovoljiti. Proizvodnja se realizuje na 2 vrste mašina (M1 i M2) i poznati su kapaciteti ovih mašina u svakom kvartalu. Napisati koliko odgovarajući matematički model upravljanja zalihamama (ne računajući prirodna ograničenja) ima:

nepoznatih ograničenja	$6 * 4 = 24$ $6 * 4 + 2 * 4 = 32$	2 poena
------------------------	--------------------------------------	---------

- 5) Jedna metaloprerađivačka radionica raspolaže sa 50 šipki dužine 7 metara, 60 šipki dužine 6 metara i 75 šipki dužine 5 metara od kojih treba da iskroji najmanje 200 komada dužine 3 m (deo A) i najmanje 150 komada šipki dužine 2 metara (deo B). Potrebno je formulisati matematički model kojim se određuje koliko svake od tri vrste šipki treba seći na svaki od mogućih načina tako da ukupna količina otpada bude minimalna. U narednoj tabeli date su moguće varijante sečenja šipki (koliko se delova tipa A i B dobija):

Varijante sečenja šipke od 7 m Varijante sečenja šipke od 6m Varijante sečenja šipke od 5m

		1	2	3		1	2	3		1	2
A	3 m	2	1	0	3 m	2	1	0	3 m	1	0
B	2 m	0	2	3	2 m	0	1	3	2 m	1	2
otpad		1	0	1	2 m	0	1	0	2 m	0	1

Napisati funkciju cilja odgovarajućeg matematičkog modela optimizacije utroška materijala (Min) O = x₁₁ +x₃₁+x₂₂+x₂₃	1 poen
---	--------

Ukoliko se sve šipke od 6m iskroje na način 2, a sve preostale šipke na način 1 dobija se: komada dela A- <u>50*2 + 60*1 + 75 *1 = 235</u> ; ukupno otpada <u>50*1 + 60*1 + 75 *0 = 110</u> .	1 poen
---	--------

Prezime i ime	Broj indeksa	Grupa
		XIII

- 1) Iz 5 skladišta (S1, S2, S3, S4 i S5) u kojima se nalazi 120, 130, 80, 70 i 100 jedinica neke robe treba izvršiti transport do 4 potrošačka centara (P1-P4) čije su porebe 80, 150, 140 i 130 jedinica respektivno. Putna mreža dopušta da maksimalna količina robe koja se može transpostovati iz skladišta S1 iznosi 27 (u P3) i 35 (u P4). Prema neophodnom uslovu za postojanje dopustivog rešenja ukupna propusna sposobnost iz S1 do P1 i S1 do P2 treba najmanje da iznosi – $120 - (27 + 35) = 58$. (1 poen)

- 2) Iz 4 skladišta (S1, S2, S3 i S4) u kojima se nalazi 120, 150, 60 i 110 jedinica neke robe treba izvršiti transport do 6 potrošačkih centara (P1-P6) čije su potrebe 80, 60, 50, 100, 75 i 120 jedinica respektivno. Imajući u vidu ograničenja putne mreže jedino su moguća sledeća 3 plana transporta:

- A) $x_{14}=100, t_{14}=23; x_{15}=20, t_{15}=12; x_{22}=60, t_{22}=9; x_{26}=90, t_{26}=16; x_{31}=60, t_{31}=29; x_{43}=50, t_{43}=10;$
 $x_{45}=30, t_{45}=8; x_{46}=30, t_{46}=23; \quad \text{Max } t_{ij} = 29$
- B) $x_{11}=40, t_{11}=22; x_{16}=80, t_{16}=17; x_{22}=60, t_{22}=9; x_{23}=50, t_{23}=14; x_{26}=40, t_{26}=16; x_{34}=60, t_{34}=27;$
 $x_{41}=40, t_{41}=22; x_{44}=20, t_{44}=15; x_{45}=50, t_{45}=8; \quad \text{Max } t_{ij} = 27$
- C) $x_{16}=120, t_{16}=15; x_{21}=80, t_{21}=18; x_{25}=70, t_{25}=20; x_{32}=60, t_{32}=29; x_{43}=40, t_{43}=10; x_{44}=65, t_{44}=15;$
 $x_{45}=5, t_{45}=8; \quad \text{Max } t_{ij} = 29$

Napisati koje je od ovih rešenja najbolje u odnosu na minimizaciju vremena transporta	<u>B</u>
---	----------

1 poen

Obrazloženje: Min (29, 27, 29) = 27

- 3) Jedno preduzeće planira da u narednoj godini proizvodi 5 proizvoda (P1-P5), a poznata je potražnja za ovim proizvodima u vremenskim periodima (V1-V6) i ona se mora zadovoljiti. Proizvodnja se realizuje na 2 vrste mašina (M1 i M2) i poznati su kapaciteti ovih mašina u svakom kvartalu. Napisati koliko odgovarajući matematički model upravljanja zalihamama (ne računajući prirodna ograničenja) ima:

ograničenja	$5 * 6 + 2 * 6 = 42$	1 poen
-------------	----------------------	--------

i

napisati ograničenje koje obezbeđuje da se potražnja za proizvodom P3 zadovolji u četvrtom vremenskom periodu ako potražnja za njim po periodima iznosi 120, 150, 175, 200, 190 i 180.	2 poena
--	---------

$x_{31} - 120 + x_{32} - 150 + x_{33} - 175 + x_{34} - 200 \geq 0$
--

- 4) Jedna metaloprerađivačka radionica raspolaže sa 65 šipki dužine 7 metara, 74 šipke dužine 6 metara i 80 šipki dužine 5 metara od kojih treba da iskroji najmanje 200 komada dužine 3 m (deo A) i najmanje 260 komada šipki dužine 2 metara (deo B). Potrebno je formulisati matematički model kojim se određuje koliko svake od tri vrste šipki treba seći na svaki od mogućih načina tako da ukupna količina otpada bude minimalna. U narednoj tabeli date su moguće varijante sečenja šipki (koliko se delova tipa A i B dobija):

Varijante sečenja šipke od 7 m

Varijante sečenja šipke od 6m

Varijante sečenja šipke od 5m

	1	2	3		1	2	3		1	2	
A	3 m	2	1	0	3 m	2	1	0	3 m	1	0
B	2 m	0	2	3	2 m	0	1	3	2 m	1	2
otpad	1	0	1	2 m	0	1	0	2 m	0	1	

Napisati funkciju cilja odgovarajućeg matematičkog modela optimizacije utroška materijala	1 poen
---	--------

$(\text{Min}) O = x_{11} + x_{31} + x_{22} + x_{23}$
--

Ukoliko se sve šipke od 5m iskroje na način 1, a sve preostale šipke na način 2 dobija se:	1 poen
--	--------

$\text{komada dela A-}65*1 + 74*1 + 80 *1 = 219; \quad \text{ukupno otpada -}65*0 + 74*1 + 80 *0 = 74.$

- 5) Jedna farma treba da napravi plan proizvodnje za 2 smeše (S1 i S2) za tov pilića. Na raspolaganju su sledeća 4 osnovna hraniva: kukuruz– 3800 kg, suncokretova sačma– 900 kg, koštano brašno–330 kg i lucerkino brašno–300 kg. Karakteristike ovih hraniva kao i zahtevi za hranljive komponente u smešama dati su u sledećoj tabeli:

	proteini	celuloza	lizin	cena
kukuruz	0.09	0.02	0.003	17
mesno koštano brašno	0.48	0.01	0.026	32
suncokretova sačma	0.385	0.14	0.013	72
lucerkino brašno	0.182	0.247	0.01	105
smeša S1	min 12.5%	max 7.5%	min 0.65 %	
smeša S2	min 14%	max 8%	min 0.72 %	

U matematičkom modelu nepoznate označavaju količinu u kg hraniva koju treba pomešati radi dobijanja željenih količina i karakteristika ove 2 smeše.

Napisati ograničenje koje obezbeđuje da se dobije tačno 2800 kg smeše S2 i ograničenje koje se odnosi na zahtevani sadržaj lizina u ovoj smeši;	2 poena
$x_{12} + x_{22} + x_{32} + x_{42} = 2800$, $0.003x_{12} + 0.026x_{22} + 0.013x_{32} + 0.01x_{42} \geq 0.0072 * 2800$	

Prezime i ime	Broj indeksa	Grupa
		XIV

- 1) Iz 4 skladišta (S1, S2, S3 i S4) u kojima se nalazi 120, 150, 60 i 110 jedinica neke robe treba izvršiti transport do 6 potrošačkih centara (P1-P6) čije su potrebe 80, 60, 50, 100, 75 i 120 jedinica respektivno. Imajući u vidu ograničenja putne mreže jedino su moguća sledeća 3 plana transporta:

- A) $x_{11}=40, t_{11}=22; x_{16}=80, t_{16}=17; x_{22}=60, t_{22}=9; x_{23}=50, t_{23}=14; x_{26}=40, t_{26}=16; x_{34}=60, t_{34}=28;$
 $x_{41}=40, t_{41}=22; x_{44}=20, t_{44}=15; x_{45}=50, t_{45}=8; \text{ Max } t_{ij} = 28$
- B) $x_{16}=120, t_{16}=15; x_{21}=80, t_{21}=19; x_{25}=70, t_{25}=20; x_{32}=60, t_{32}=29; x_{43}=40, t_{43}=10; x_{44}=65, t_{44}=15;$
 $x_{45}=5, t_{45}=8; \text{ Max } t_{ij} = 29$
- C) $x_{14}=100, t_{14}=23; x_{15}=20, t_{15}=12; x_{22}=60, t_{22}=9; x_{26}=90, t_{26}=16; x_{31}=60, t_{31}=28; x_{43}=50, t_{43}=10;$
 $x_{45}=30, t_{45}=8; x_{46}=30, t_{46}=19; \text{ Max } t_{ij} = 28$

Napisati koje je od ovih rešenja najbolje u odnosu na minimizaciju vremena transporta <u>A i C</u>	1 poen
--	--------

Obrazloženje: Min (28, 29, 28) = 28	1 poen
-------------------------------------	--------

- 2) Iz 5 skladišta (S1, S2, S3, S4 i S5) u kojima se nalazi 120, 130, 80, 70 i 100 jedinica neke robe treba izvršiti transport do 4 potrošačka centara (P1-P4) čije su potrebe 80, 150, 140 i 130 jedinica respektivno. Putna mreža dopušta da maksimalna količina robe koja se može transportovati iz skladišta S2 iznosi 35 (u P2), i 30 (u P3). Prema neophodnom uslovu za postojanje dopustivog rešenja ukupna propusna sposobnost iz S2 do P1 i S2 do P4 treba najmanje da iznosi $- 130 - (35 + 30) = 65$. (1 poen)

- 3) Jedna farma treba da napravi plan proizvodnje za 2 smeše (S1 i S2) za tov pilića. Na raspolaganju su sledeća 4 osnovna hraniva: kukuruz– 4000 kg, suncokretova sačma– 1000 kg, mesno koštano brašno–250 kg i lucerkino brašno- 300 kg. Karakteristike ovih hraniva kao i zahtevi za hranljive komponente u smešama dati su u sledećoj tabeli:

	protein	celuloza	lizin	cena
kukuruz	0.09	0.02	0.003	22
mesno koštano brašno	0.48	0.01	0.026	35
suncokretova sačma	0.385	0.14	0.013	75
lucerkino brašno	0.182	0.247	0.01	104
smeša S1	min 12.5%	max 7.5%	min 0.65 %	
smeša S2	min 14%	max 8%	min 0.75 %	

U matematičkom modelu nepoznate označavaju količinu u kg hraniva koju treba pomešati radi dobijanja željenih količina i karakteristika ove dve smeše.

Napisati ograničenje koje obezbeđuje da se dobije tačno 2700 kg smeše S1 i ograničenje koje se odnosi na zahtevani sadržaj lizina u ovoj smeši;	2 poena
---	---------

$x_{11} + x_{21} + x_{31} + x_{41} = 2700,$ $0.003x_{11} + 0.026x_{21} + 0.013x_{31} + 0.01x_{41} \geq 0.0065 * 2700$	2 poena
--	---------

- 4) Jedno preduzeće planira da u narednoj godini proizvodi 6 proizvoda (P1-P6), a poznata je potražnja za ovim proizvodima po kvartalima (K1-K4) i ona se mora zadovoljiti. Proizvodnja se realizuje na 2 vrste mašina (M1 i M2) i poznati su kapaciteti ovih mašina u svakom kvartalu. Napisati koliko odgovarajući matematički model upravljanja zalihamama (ne računajući prirodna ograničenja) ima:

ograničenja	$6 * 4 + 2 * 4 = 32$	1 poen
-------------	----------------------	--------

i

napisati ograničenje koje obezbeđuje da se potražnja za proizvodom P2 zadovolji u trećem kvartalu ako potražnja za njim po kvartalima iznosi 170, 200, 225 i 180.

2 poena

$$x_{21} - 170 + x_{22} - 200 + x_{23} - 225 \geq 0$$

- 5) Jedna metaloprerađivačka radionica raspolaže sa 55 šipki dužine 7 metara, 65 šipki dužine 6 metara i 75 šipki dužine 5 metara od kojih treba da iskroji najmanje 200 komada dužine 3 m (deo A) i najmanje 160 komada šipki dužine 2 metara (deo B). Potrebno je formulisati matematički model kojim se određuje koliko svake od tri vrste šipki treba seći na svaki od mogućih načina tako da ukupna količina otpada bude minimalna. U narednoj tabeli date su moguće varijante sečenja šipki (koliko se delova tipa A i B dobija):

Varijante sečenja šipke od 7 m Varijante sečenja šipke od 6m Varijante sečenja šipke od 5m

		1	2	3		1	2	3		1	2
A	3 m	2	1	0	3 m	2	1	0	3 m	1	0
B	2 m	0	2	3	2 m	0	1	3	2 m	1	2
otпад		1	0	1	2 m	0	1	0	2 m	0	1

Napisati funkciju cilja odgovarajućeg matematičkog modela optimizacije utroška materijala

1 poen

$$(Min) O = x_{11} + x_{31} + x_{22} + x_{23}$$

Ukoliko se sve šipke od 6m iskroje na način 2, a sve preostale šipke na način 1 dobija se:

1 poen

$$\text{komada dela A} - 55*2 + 65*1 + 75 *1 = 250; \quad \text{ukupno otpada} - 55*1 + 65*1 + 75 *0 = 120.$$