

I група

1. Редакција часописа треба да направи план оглашавања у следећем броју. Часопис има уговор о сталном оглашавању са 3 компаније (K1, K2 и K3). Огласи компаније K1 могу бити на целој страни часописа или на пола стране а запослени у односима са јавношћу ове компаније захтевају да ови огласи буду укупно заступљени на највише 8 страна у следећем броју, при чему се два огласа на пола стране рачунају као једна цела страна. Огласи компаније K2 могу, такође, бити на целој страни часописа или на пола стране. У следећем броју треба да их буде на највише 7 страна, при чему се два огласа на пола стране, такође, рачунају као једна цела страна. Огласи компаније K3 заузимају по пола стране а запослени у односима са јавношћу ове компаније захтевају да буде тачно 6 страна на којима се налазе ови огласи (односно 6 оваквих огласа).

Редакција часописа је одлучила да у следећем броју за оглашавање ове 3 компаније намени тачно 11 страна часописа и да постоје 4 могућа изгледа тих страна: C1 - оглас компаније K1 преко целе стране; C2 - оглас компаније K2 преко целе стране; C3 - оглас компаније K1 на једној половини стране а на другој половини стране оглас компаније K3 и C4 - оглас компаније K2 на једној половини стране а на другој половини стране оглас компаније K3.

Потребно је одредити колико страна ће имати изглед C1, C2, C3 или C4, тако да укупна зарада часописа буде максимална. Часопис остварује зараду од 600н.ј. за сваку страну изгледа C1 и C2, 650н.ј. за страну изгледа C3 и 550 за страну изгледа C4.

- а) Дефинисати променљиве. (2 поена)
 б) Формирати математички модел максимизације укупне зараде часописа. (7 поена)

Реалан систем	Математички модел
<p>а) <u>Управљачке одлуке:</u></p> <p>Број страна C1 (оглас компаније K1 преко целе стране)</p> <p>Број страна C2 (оглас компаније K2 преко целе стране)</p> <p>Број страна C3 (оглас компаније K1 на једној половини стране а на другој половини стране оглас компаније K3)</p> <p>Број страна C4 (оглас компаније K2 на једној половини стране а на другој половини стране оглас компаније K3)</p>	<p>x_1</p> <p>x_2</p> <p>x_3</p> <p>x_4</p>
<p>б)</p> <p><u>Критеријум управљања:</u> Укупна зарада часописа</p> <p><u>Циљ:</u> максимизирати</p> <p><u>Ограничавајући фактори:</u></p> <p>Огласи компаније K1</p> <p>Огласи компаније K2</p> <p>Огласи компаније K3</p> <p>Укупан број страна (огласа)</p> <p>Природна ограничења</p>	<p>$(\max) f(x) = 600x_1 + 600x_2 + 650x_3 + 550x_4$</p> <p>п.о.</p> <p>$x_1 + \frac{1}{2}x_3 \leq 8$</p> <p>$x_2 + \frac{1}{2}x_4 \leq 7$</p> <p>$x_3 + x_4 = 6$</p> <p>$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 11$</p> <p>$x_j \geq 0, j = \overline{1, 4}$</p>

2. а) Применом Симплекс методе одредити оптимално решење датог модела (препоручује се примена проширеног критеријума). (10 поена)

$$(\max) f(x) = 10x_1 + 15x_2 + 25x_3$$

п.о.

$$2x_2 + x_3 \geq 700$$

$$0,5x_1 + x_2 \leq 200$$

$$0,5x_1 + x_2 + x_3 = 550$$

$$x_1, x_2, x_3, \geq 0$$

$$(\max) f(x) = 10x_1 + 15x_2 + 25x_3 + 0(s_1 + s_2) - M(v_1 + v_3)$$

п.о.

$$2x_2 + x_3 - s_1 + v_1 = 700$$

$$0,5x_1 + x_2 + s_2 = 200$$

$$0,5x_1 + x_2 + x_3 + v_3 = 550$$

$$x_1, x_2, x_3, s_1, s_2 \geq 0$$

Оптимално решење се, ако се користи проширени критеријум, добија у другој итерацији.

T2

			10	15	25	0	0	-M	-M						
c	База	КСЧ	x_1	x_2	x_3	s_1	s_2	v_1	v_3						
15	x_2	150	-0,5	1	0	-1	0	1	-1						
0	s_2	50	1	0	0	1	1	-1	1						
25	x_3	400	1	0	1	1	0	-1	2						
-12250			-7.5	0	0	-10	0	10-M	-35-M						

Оптимално решење: $x_1^* = 0$, $x_2^* = 150$, $x_3^* = 400$, $s_1^* = 0$, $s_2^* = 50$, $F^* = 12250$

б) На основу оптималне симплекс табеле, одредити да ли долази до промене решења ако се коефицијент променљиве x_1 повећа на 40. (1 поен)

Ако се коефицијент у функцији циља променљиве x_1 повећа на 40, јединични прираштај ове променљиве у последњој симплекс табели је: $40 - 15 \cdot (-0,5) - 0 \cdot 1 - 25 \cdot 1 = 22,5$. Пошто прираштај ове променљиве постаје позитиван, x_1 улази у базу.

II група

1. Власник хладњаче има на залихама 3200кг смрзнутих јагода и 2800кг смрзнутих малина које поред продаје на велико жели да продаје и у паковањима од по једног килограма. Да би проширио асортиман, одлучио је да продаје и мешано смрзнуто воће, и то паковања од једног килограма у којима је пола јагода а пола вишања и паковања од **једног** килограма у којима је пола малина а пола вишања. Због тога је откупио 2000кг смрзнутих вишања које планира да потпуно искористи.

Потребно је одредити колико паковања производа: малина, јагода, јагода-вишња и малина-вишња власник хладњаче треба да направи тако да укупан профит од продаје буде максималан. Профит по паковању смрзнутих јагода и малина је по 12 н.ј. Јединични профит од мешаног смрзнутог воћа је 9 н.ј. за паковање **јагода-вишња**, односно 10 н.ј. за паковање малина-вишња. Власник хладњаче зан да може да пласира тачно 4400 паковања.

а) Дефинисати променљиве.

(2 поена)

б) Формирати математички модел максимизације укупне профита од продаје.

(7 поена)

Реалан систем	Математички модел
<p>а) Управљачке одлуке:</p> <p>Број паковања малина</p> <p>Број паковања јагода</p> <p>Број паковања малина-вишња</p> <p>Број паковања јагода-вишња</p>	<p>x_1</p> <p>x_2</p> <p>x_3</p> <p>x_4</p>
<p>б)</p> <p><u>Критеријум управљања:</u> Укупан профит од продаје</p> <p><u>Циљ:</u> максимизирати</p> <p><u>Ограничавајући фактори:</u></p> <p>Количина смрзнутих малина на залихама</p> <p>Количина смрзнутих јагода на залихама</p> <p>Количина смрзнутих вишања</p> <p>Укупан број паковања</p> <p>Природна ограничења</p>	<p>$(\max) f(x) = 12x_1 + 12x_2 + 10x_3 + 9x_4$</p> <p>п.о.</p> <p>$x_1 + \frac{1}{2}x_3 \leq 2800$</p> <p>$x_2 + \frac{1}{2}x_4 \leq 3200$</p> <p>$\frac{1}{2}x_3 + \frac{1}{2}x_4 = 2000$</p> <p>$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 4400$</p> <p>$x_j \geq 0, j = \overline{1, 4}$</p>

2. а) Применом Симплекс методе одредити оптимално решење датог модела (препоручује се примена проширеног критеријума). (10 поена)

$$(\max) f(x) = 20x_1 + 30x_2 + 50x_3$$

п.о.

$$0,5x_1 + x_2 + x_3 = 550$$

$$2x_2 + x_3 \geq 700$$

$$0,5x_1 + x_2 \leq 200$$

$$x_1, x_2, x_3, \geq 0$$

$$(\max) f(x) = 20x_1 + 30x_2 + 50x_3 + 0(s_2 + s_3) - M(v_1 + v_2)$$

п.о.

$$0,5x_1 + x_2 + x_3 + v_1 = 550$$

$$2x_2 + x_3 - s_2 + v_2 = 700$$

$$0,5x_1 + x_2 + s_3 = 200$$

$$x_1, x_2, x_3, s_2, s_3 \geq 0$$

Оптимално решење се, ако се користи проширени критеријум, добија у другој итерацији.

T2

			20	30	50	0	0	-M	-M						
c	База	КСЧ	x_1	x_2	x_3	s_2	s_3	v_1	v_2						
50	x_3	400	1	0	1	1	0	2	-1						
30	x_2	150	-0,5	1	0	-1	0	-1	1						
0	s_3	50	1	0	0	1	1	1	-1						
-24500			-15	0	0	-20	0	-70-M	20-M						

Оптимално решење: $x_1^* = 0$, $x_2^* = 150$, $x_3^* = 400$, $s_2^* = 0$, $s_3^* = 50$, $F^* = 24500$

б) На основу оптималне симплекс табеле, одредити да ли долази до промене решења ако се коефицијент променљиве x_1 повећа на 70. (1 поен)

Ако се коефицијент у функцији циља променљиве x_1 повећа на 70, јединични прираштај ове променљиве у последњој симплекс табели је: $70 - 50 \cdot 1 - 30 \cdot (-0,5) - 0 \cdot 1 = 35$. Пошто прираштај ове променљиве постаје позитиван, x_1 улази у базу.

III група

1. Редакција часописа треба да направи план оглашавања у следећем броју. Часопис има уговор о сталном оглашавању са 3 компаније (K1, K2 и K3). Огласи компаније K1 могу бити на целој страни часописа или на пола стране а запослени у односима са јавношћу ове компаније захтевају да ови огласи буду укупно заступљени на највише 10 страна у следећем броју, при чему се два огласа на пола стране рачунају као једна цела страна. Огласи компаније K2 могу, такође, бити на целој страни часописа или на пола стране. У следећем броју треба да их буде на највише 9 страна, при чему се два огласа на пола стране, такође, рачунају као једна цела страна. Огласи компаније K3 заузимају по пола стране а запослени у односима са јавношћу ове компаније захтевају да буде тачно 8 страна на којима се налазе ови огласи (односно 8 оваквих огласа).

Редакција часописа је одлучила да у следећем броју за оглашавање ове 3 компаније намени тачно 15 страна часописа и да постоје 4 могућа изгледа тих страна: C1 - оглас компаније K1 преко целе стране; C2 - оглас компаније K2 преко целе стране; C3 - оглас компаније K1 на једној половини стране а на другој половини стране оглас компаније K3 и C4 - оглас компаније K2 на једној половини стране а на другој половини стране оглас компаније K3.

Потребно је одредити колико страна ће имати изглед C1, C2, C3 или C4, тако да укупна зарада часописа буде максимална. Часопис остварује зараду од 300н.ј. за сваку страну изгледа C1 и C2, 350н.ј. за страну изгледа C3 и 250 за страну изгледа C4.

- а) Дефинисати променљиве. (2 поена)
 б) Формирати математички модел максимизације укупне зараде часописа. (7 поена)

Реалан систем	Математички модел
<p>а) <u>Управљачке одлуке:</u></p> <p>Број страна C1 (оглас компаније K1 преко целе стране)</p> <p>Број страна C2 (оглас компаније K2 преко целе стране)</p> <p>Број страна C3 (оглас компаније K1 на једној половини стране а на другој половини стране оглас компаније K3)</p> <p>Број страна C4 (оглас компаније K2 на једној половини стране а на другој половини стране оглас компаније K3)</p>	<p>x_1</p> <p>x_2</p> <p>x_3</p> <p>x_4</p>
<p>б)</p> <p><u>Критеријум управљања:</u> Укупна зарада часописа</p> <p><u>Циљ:</u> максимизирати</p> <p><u>Ограничавајући фактори:</u></p> <p>Огласи компаније K1</p> <p>Огласи компаније K2</p> <p>Огласи компаније K3</p> <p>Укупан број страна (огласа)</p> <p>Природна ограничења</p>	<p>$(\max) f(x) = 300x_1 + 300x_2 + 350x_3 + 250x_4$</p> <p>п.о.</p> <p>$x_1 + \frac{1}{2}x_3 \leq 10$</p> <p>$x_2 + \frac{1}{2}x_4 \leq 9$</p> <p>$x_3 + x_4 = 8$</p> <p>$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 15$</p> <p>$x_j \geq 0, j = \overline{1, 4}$</p>

2. а) Применом Симплекс методе одредити оптимално решење датог модела (препоручује се примена проширеног критеријума). (10 поена)

$$(\max) f(x) = 15x_1 + 25x_2 + 10x_3$$

п.о.

$$2x_1 + x_2 \geq 700$$

$$x_1 + 0,5x_3 \leq 200$$

$$x_1 + x_2 + 0,5x_3 = 550$$

$$x_1, x_2, x_3, \geq 0$$

$$(\max) f(x) = 15x_1 + 25x_2 + 10x_3 + 0(s_1 + s_2) - M(v_1 + v_3)$$

п.о.

$$2x_1 + x_2 - s_1 + v_1 = 700$$

$$x_1 + 0,5x_3 + s_2 = 200$$

$$x_1 + x_2 + 0,5x_3 + v_3 = 550$$

$$x_1, x_2, x_3, s_1, s_2 \geq 0$$

Оптимално решење се, ако се користи проширени критеријум, добија у другој итерацији.

T2

			15	25	10	0	0	-M	-M						
c	База	КСЧ	x_1	x_2	x_3	s_1	s_2	v_1	v_3						
15	x_1	150	1	0	-0,5	-1	0	1	-1						
0	s_2	50	0	0	1	1	1	-1	1						
25	x_2	400	0	1	1	1	0	-1	2						
-12250			0	0	-7,5	-10	0	10-M	-35-M						

Оптимално решење: $x_1^* = 150$, $x_2^* = 400$, $x_3^* = 0$, $s_1^* = 0$, $s_2^* = 50$, $F^* = 12250$

б) На основу оптималне симплекс табеле, одредити да ли долази до промене решења ако се коефицијент променљиве x_3 повећа на 45. (1 поен)

Ако се коефицијент у функцији циља променљиве x_3 повећа на 45, јединични прираштај ове променљиве у последњој симплекс табели је: $45 - 15 \cdot (-0,5) - 0 \cdot 1 - 25 \cdot 1 = 27,5$. Пошто прираштај ове променљиве постаје позитиван, x_3 улази у базу.

IV група

1. Власник хладњаче има на залихама 6000кг смрзнутих јагода и 5200кг смрзнутих малина које поред продаје на велико жели да продаје и у паковањима од по једног килограма. Да би проширио асортиман, одлучио је да продаје и мешано смрзнуто воће, и то паковања од једног килограма у којима је пола јагода а пола вишања и паковања од **једног** килограма у којима је пола малина а пола вишања. Због тога је откупио 3500кг смрзнутих вишања које планира да потпуно искористи.

Потребно је одредити колико паковања производа: малина, јагода, јагода-вишња и малина-вишња власник хладњаче треба да направи тако да укупан профит од продаје буде максималан. Профит по паковању смрзнутих јагода и малина је по 40 н.ј. Јединични профит од мешаног смрзнутог воћа је 35 н.ј. за паковање **јагода-вишња**, односно 30 н.ј. за паковање малина-вишња. Власник хладњаче зан да може да пласира тачно 9000 паковања.

а) Дефинисати променљиве.

(2 поена)

б) Формирати математички модел максимизације укупне профита од продаје.

(7 поена)

Реалан систем	Математички модел
<p>а) Управљачке одлуке:</p> <p>Број паковања малина</p> <p>Број паковања јагода</p> <p>Број паковања малина-вишња</p> <p>Број паковања јагода-вишња</p>	<p>x_1</p> <p>x_2</p> <p>x_3</p> <p>x_4</p>
<p>б)</p> <p><u>Критеријум управљања:</u> Укупан профит од продаје</p> <p><u>Циљ:</u> максимизирати</p> <p><u>Ограничавајући фактори:</u></p> <p>Количина смрзнутих малина на залихама</p> <p>Количина смрзнутих јагода на залихама</p> <p>Количина смрзнутих вишања</p> <p>Укупан број паковања</p> <p>Природна ограничења</p>	<p>$(\max) f(x) = 40x_1 + 40x_2 + 30x_3 + 35x_4$</p> <p>п.о.</p> <p>$x_1 + \frac{1}{2}x_3 \leq 6000$</p> <p>$x_2 + \frac{1}{2}x_4 \leq 5200$</p> <p>$\frac{1}{2}x_3 + \frac{1}{2}x_4 = 3500$</p> <p>$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 9000$</p> <p>$x_j \geq 0, j = \overline{1, 4}$</p>

2. а) Применом Симплекс методе одредити оптимално решење датог модела (препоручује се примена проширеног критеријума). (10 поена)

$$(\max) f(x) = 30x_1 + 50x_2 + 20x_3$$

п.о.

$$x_1 + x_2 + 0,5x_3 = 550$$

$$2x_1 + x_2 \geq 700$$

$$x_1 + 0,5x_3 \leq 200$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

$$(\max) f(x) = 30x_1 + 50x_2 + 20x_3 + 0(s_2 + s_3) - M(v_1 + v_2)$$

п.о.

$$x_1 + x_2 + 0,5x_3 + v_1 = 550$$

$$2x_1 + x_2 - s_2 + v_2 = 700$$

$$x_1 + 0,5x_3 + s_3 = 200$$

$$x_1, x_2, x_3, s_2, s_3 \geq 0$$

Оптимално решење се, ако се користи проширени критеријум, добија у другој итерацији.

T2

			30	50	20	0	0	-M	-M						
c	База	КСЧ	x_1	x_2	x_3	s_2	s_3	v_1	v_2						
50	x_2	400	0	1	1	1	0	2	-1						
30	x_1	150	1	0	-0,5	-1	0	-1	1						
0	s_3	50	0	0	1	1	1	1	-1						
-24500			0	0	-15	-20	0	-70-M	20-M						

Оптимално решење: $x_1^* = 150$, $x_2^* = 400$, $x_3^* = 0$, $s_2^* = 0$, $s_3^* = 50$, $F^* = 24500$

б) На основу оптималне симплекс табеле, одредити да ли долази до промене решења ако се коефицијент променљиве x_3 повећа на 75. (1 поен)

Ако се коефицијент у функцији циља променљиве x_3 повећа на 75, јединични прираштај ове променљиве у последњој симплекс табели је: $75 - 50 \cdot 1 - 30 \cdot (-0,5) - 0 \cdot 1 = 40$. Пошто прираштај ове променљиве постаје позитиван, x_3 улази у базу.