

Prosta raspodela resursa

1. Pet jednakih novih mašina stoji na raspolaganju za obnovu opreme tri preduzeća. Za svako preduzeće poznata je funkcija dobiti u zavisnosti od broja instaliranih mašina:

x_i	0	1	2	3	4	5
$g_1(x_1)$	0	5	9	11	14	16
$g_2(x_2)$	0	3	5	8	12	16
$g_3(x_3)$	0	6	8	13	15	18

Potrebno je raspodeliti mašine tako da ostvarena dobit bude maksimalna.

2. Preduzeće raspolaže sa 4 nove mašine koje treba da instalira u svoja 3 pogona. Montiranjem mašina ostvaruje se sledeća dobit: u I pogonu 3 n.j. po mašini, u II pogonu x_2^2 , a u III je dato u tabeli:

x_3	0	1	2	3
$g_3(x_3)$	0	6	9	10

Stanje u pogonima je takvo da je prvom potrebna najmanje jedna mašina u drugom najviše dve, a u trećem najviše tri mašine. Primenom DP odrediti optimalan raspored mašina po pogonima koji obezbeđuju maksimalnu ukupnu dobit.

Složena raspodela resursa

3. Kapetan broda koji tone ima ranac nosivosti 7 kg, a u njega treba da smesti 4 vrste predmeta. Predmeti su teški: 1, 2, 3 i 4 kg, a na brodu ih ima 5, 2, 2, 2, komada respektivno. Vrednosti predmeta su: 3, 5, 6 i 10 n.j. po komadu respektivno. Koliko kojih predmeta treba da ponese kapetan da bi vrednost spašenih predmeta bila što veća.

4. Preduzeće raspolaže sa 20 jedinica jednog resursa za proizvodnju tri proizvoda A, B i C. Potreban utrošak resursa za jednu jedinicu ovih proizvoda iznosi 3, 2 i 5, respektivno. Dobit koja se ostvaruje od ovih proizvoda ne zavisi linearno od proizvedene količine i zadata je sledećim funkcijama:

$$15x_1 - x_1^2 \quad \text{za proizvod A}$$

$$25x_2 - x_2^2 \quad \text{za proizvod B}$$

$$40x_3 - 3x_3^2 \quad \text{za proizvod C}$$

Preduzeće je obavezno da ukupno proizvede bar 6 jedinica proizvoda B i C zajedno.

- Formulisati matematički model za izbor proizvodnog programa tako da se ukupna dobit maksimizira;
- Rešiti model pod a) kao zadatak DP pod pretpostavkom da se može proizvesti samo ceo broj jedinica proizvoda A, B i C.

5. Potrebno je napraviti smešu sa najmanje 30, a najviše 50 grama vitamina C od sirovina A, B i C. Sadržaj vitamina C u sirovinama je 5, 8 i 6 g/kg, a troškovi po kg utrošene sirovine su 5, 7 i 8 nj respektivno. Primenom DP odrediti koliko smeše treba napraviti i koliko koje sirovine upotrebiti, pa da ukupni troškovi budu minimalni, s tim da smeša mora da sadrži bar po 1 kg svake sirovine, i da se iz sirovine C može dobiti najviše 20g vitamina C.

Optimalna politika zamene opreme

6. Na početku 2004. godine preduzeće raspolaže sa opremom starom 2 godine. Dobit od eksploatacije opreme za jednu godinu, ako je oprema na početku te godine stara t godina, data je u tabeli.

t	0	1	2	3	4	5	6	7	>7
$D(t)$	240	220	190	160	130	90	50	20	0

Troškovi nabavke nove opreme iznose 200 nj.

- Formulisati problem zamene opreme kao zadatak DP i odrediti sve optimalne politike preduzeća za narednih 5 godina;

Za svako od optimalnih rešenja odrediti

- Koliko će biti stara oprema preduzeća na kraju 2006. godine;
- Kolika će biti ukupna dobit za prve 3 godine eksploatacije, a kolika u 2007. godini.

7. Jedan taksista svake godine odlučuje da li će sledeće godine raditi sa automobilom koji već ima ili će ga zameniti za novi. Njegov godišnji prihod ne zavisi od starosti vozila i iznosi 15000 nj, ali zato troškovi održavanja rastu sa starošću automobila. Zavisnost troškova održavanja od starosti automobila data je funkcijom:

$$c_t(t) = \begin{cases} 1000 & , \quad t = 0 \\ 2000t & , \quad 1 \leq t \leq 3 \\ 500t^2 & , \quad t \geq 4 \end{cases}$$

Novi automobil košta 20000 nj, ali pošto ga taksista ne kupuje nego menja za stari, ne plaća punu cenu već samo deo koji zavisi od starosti njegovog automobila. Ova zavisnost data je funkcijom (cena koju plaća taksista):

$$c_o(t) = \begin{cases} 2000(1+t) & , \quad 0 \leq t < 9 \\ 20000 & , \quad t \geq 9 \end{cases}$$

Taksista je svoj sadašnji automobil kupio pre 2 godine.

- a) Odrediti kakvu odluku početkom svake godine treba da donese taksista, da bi u sledeće 4 godine njegova dobit bila maksimalna. Koliko bi iznosila ukupna dobit.
- b) Kolika bi bila dobit u sledeće 3 godine kada bi automobil bio star 3 godine.
- c) Kolika bi bila dobit u sledeće 2 godine kada bi automobil bio star 4 godine.

Optimalno rezerviranje

1. Elektronski uređaj se sastoji od 3 serijski vezane komponente R1, R2 i R3. Svaka komponenta može biti sastavljena od jedne ili više komponenti istog tipa pri čemu se pouzdanost rada povećava sa povećanjem broja rezerviranih komponenti. Verovatnoća bezotkaznog rada uređaja R1 je 0.80, R2 0.85 i R3 0.90. Cena jedne komponente tipa R1 je 7 n.j., R2 10 n.j., a R3 8 n.j.

Potrebno je odrediti broj komponenti koje treba rezervirati:

- a) tako da se minimiziraju ukupni troškovi rezerviranja a da pouzdanost rada uređaja iznosi najmanje 0.94. Formulirati matematički model i rešiti problem primenom DP;
- b) tako da se maksimizira pouzdanost rada uređaja, a da ukupni troškovi rezerviranja ne budu veći od 39 n.j. Formulirati matematički model i rešiti problem primenom DP;
- c) tako da se maksimizira pouzdanost rada uređaja, a da ukupni troškovi rezerviranja ne budu veći od 39 n.j. Formulirati matematički model i rešiti problem primenom metode Lagrange-ovih množilja;
- d) rešiti zadatak pod b) primenom modifikovane gradijentne metode, ako se koristi još jedan resurs čiji je utrošak 10 za R1, 12 za R2 i 9 za R3, a raspoloživost 52 jedinice.