

Математика 2 – испитна питања за II део

1. Дефиниција одређеног интеграла.

- Дефинисати: поделу одсечка одговарајућу броју ε , потподелу, дијаметар поделе
- Дефинисати одређени интеграл
- Формулисати и доказати теорему о вези непрекидности и интеграбилности функције

2. Особине одређеног интеграла.

- Дефинисати одређени интеграл
- Навести особине одређеног интеграла
- Доказати једну од наведених особина

3. Теорема о средњој вредности интеграла функције једне променљиве.

- Дефинисати одређени интеграл
- Формулисати теореме о процени вредности и о средњој вредности интеграла
- Коришћењем теореме о процени вредности интеграла доказати теорему о средњој вредности интеграла

4. Теорема о подели интервала интеграције.

- Дефинисати одређени интеграл
- Формулисати теорему о подели интервала интеграције
- Доказати теорему за $a < c < b$. Доказати теорему за $a < b < c$

5. Основна теорема диференцијалног и интегралног рачуна.

- Дефинисати примитивну функцију
- Формулисати основну теорему диференцијалног и интегралног рачуна
- Доказати основну теорему диференцијалног и интегралног рачуна

6. Њутн-Лајбницова формула.

- Дефинисати појмове неодређеног интеграла и примитивне функције
- Формулисати Њутн-Лајбницову теорему (написати Њутн-Лајбницову формулу)
- Доказати Њутн-Лајбницову теорему

7. Смена променљиве у одређеном интегралу.

- Дефинисати појмове неодређеног интеграла и примитивне функције
- Формулисати Њутн-Лајбницову теорему (написати Њутн-Лајбницову формулу)
- Извести формулу за смену променљиве у одређеном интегралу

8. Уопштени интеграл са бесконачним интервалом интеграције.

- Дефинисати $\int_a^{+\infty} f(x)dx$, $\int_{-\infty}^b f(x)dx$ и $\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx$. Конвергенција и дивергенција

- Конвергенција интеграла $\int_1^{+\infty} \frac{dx}{x^\alpha}$ за $\alpha > 0$.

9. Уопштени интеграл са неограниченим интеграндом.

- Дефинисати уопштени интеграл са неограниченим интеграндом. Конвергенција и дивергенција уопштеног интеграла
- Конвергенција интеграла $\int_0^1 \frac{dx}{x^\alpha}$ за $\alpha > 0$.

10. Интеграција простих рационалних функција.

- Израчунавање интеграла $\int \frac{dx}{x-a}$, $\int \frac{dx}{(x-a)^k}$, $\int \frac{dx}{x^2+p^2}$, $\int \frac{dx}{(x^2+p^2)^2}$
- Разложити израз $\frac{A}{(x-a)(x-b)^2(x^2+1)}$ на просте разломке, у скупу R

11. Метода парцијалне интеграције.

- Метода парцијалне интеграције. Доказ.
- Применом методе парцијалне интеграције и рекурентних веза израчунати $\int \frac{dx}{(x^2+p^2)^n}$

12. Интеграција функција облика $R(\sin x, \cos x)$, R - рационална функција

- Општи случај смене при рачунању интеграла за функције $R(\sin x, \cos x)$, где је R рационална функција
- Навести смене које се користе у специјалним случајевима интеграције функција облика $R(\sin x, \cos x)$, R је рационална функција

13. Метода смене у неодређеном интегралу.

- Метода смене у неодређеном интегралу. Доказ.
- Интеграција функција облика $R(x, \sqrt{ax+b})$ и $R\left(x, x^{\frac{m}{n}}, \dots, x^{\frac{r}{s}}\right)$, где је R рационална функција

14. Метода смене у неодређеном интегралу.

- Метода смене у неодређеном интегралу. Доказ.
- Интеграција функција облика $R\left(x, \sqrt[n]{\frac{ax+b}{cx+d}}\right)$, где је R рационална функција

15. Интеграција функција облика $R\left(x, \sqrt{ax^2 + bx + c}\right)$, R - рационална функција

- Интеграција функција облика $R\left(x, \sqrt{ax^2 + bx + c}\right)$, где је R рационална функција
- Интеграција функција облика $R\left(y, \sqrt{1 - y^2}\right)$, $R\left(y, \sqrt{y^2 - 1}\right)$, $R\left(y, \sqrt{1 + y^2}\right)$

16. Израчунавање дужине лука криве.

- Написати формулу за израчунавање дужине лука криве $y = f(x)$, $a \leq x \leq b$
- Доказ – извођење формуле
- Написати формулу за рачунање лука криве задате параметарски

17. Израчунавање запремине ротационог тела.

- Написати формулу за израчунавање запремине тела V_x добијеног ротацијом око Ox осе
- Извођење формуле за запремину V_x ротационог тела
- Написати формулу за израчунавање запремине тела V_y добијеног ротацијом око Oy осе

18. Израчунавање површине ротационе површи.

- Написати формулу за израчунавање површине површи P_x добијене ротацијом око Ox осе
- Извођење формуле за површину P_x ротационе површи
- Написати формулу за израчунавање површине површи P_y добијене ротацијом око Oy осе

19. Дефиниција и особине двојног интеграла.

- Дефиниција двојног интеграла. Геометријско тумачење
- Навести особине двојног интеграла
- Доказати једну од особина двојног интеграла

20. Дефиниција и особине тројног интеграла.

- Дефиниција тројног интеграла. Дефиниција n – димензионог интеграла
- Навести особине тројног интеграла
- Доказати једну од особина тројног интеграла

21. Свођење двојног на двоструки интеграл.

- Дефиниција двојног интеграла.
- Свођење двојног на двоструки интеграл за правоугаону област
- Свођење двојног на двоструки интеграл за произвољну просто повезану област

22. Свођење тројног на троструки интеграл.

- Дефиниција тројног интеграла. Дефиниција n – димензионог интеграла
- Свођење тројног интеграла на троструки

23. Смена променљивих у двојном интегралу. Поларне координате.

- Општи случај смене у двојном интегралу
- Специјални случај смене у двојном интегралу: поларне координате

24. Смена променљивих у тројном интегралу. Цилиндричне координате.

- Општи случај смене у тројном интегралу
- Специјални случај смене у тројном интегралу: цилиндричне координате

25. Смена променљивих у тројном интегралу. Сферне координате.

- Општи случај смене у тројном интегралу
- Специјални случај смене у тројном интегралу: сферне координате

26. Примене двојних и тројних интеграла.

- Навести могуће примене двојног интеграла
- Навести могуће примене тројног интеграла
- Извести формулу за израчунавање површине криве површи.

27. Појам бесконачног бројног реда. Конвергенција реда.

- Дефинисати низ парцијалних сума
- Дефинисати бројни ред и конвергенцију реда
- Доказати да је неопходни услов за конвергенцију реда да општи члан тежи нули кад $n \rightarrow \infty$

28. Редови са ненегативним члановима. Критеријуми упоређивања.

- Услов за конвергенцију реда са ненегативним члановима, изражен преко низа делимичних сума
- Навести критеријуме упоређивање прве и друге врсте
- Доказати да је неопходни услов за конвергенцију реда да општи члан тежи нули кад $n \rightarrow \infty$

29. Алтернативни редови. Лајбницов критеријум конвергенције реда.

- Дефинисати алтернативни ред и формулисати Лајбницов критеријум конвергенције
- Доказати Лајбницов критеријум конвергенције
- Дефинисати апсолутну и условну конвергенцију

30. Интегрални критеријум конвергенције бројног реда.

- Формулисати интегрални критеријум конвергенције бројног ред
- Доказати интегрални критеријум конвергенције бројног ред