

УПУТСТВО ЗА ПРИПРЕМАЊЕ ТЕСТА ИЗ МАТЕМАТИКЕ 2

ПРВИ ДЕО

1. Дефиниције:

- околине и ε -околине тачке $a \in R^n$
- унутрашње тачке скупа $A \subset R^n$
- отвореног скупа $A \subset R^n$
- граничне тачке скупа $A \subset R^n$
- границе скупа $A \subset R^n$
- затвореног скупа $A \subset R^n$
- ограниченог скупа $A \subset R^n$
- компактног скупа у R^n
- конвергентног низа у R^n
- тачке нагомилавања скупа $X \subset R^n$
- изоловане тачке скупа $X \subset R^n$

2. Област дефинисаности функције две променљиве (графички приказ кроз примере).

3. Област дефинисаности функције три променљиве (примери).

4. Дефиниција графика функције $f : X \rightarrow R$ ако је $X \subset R^n$.

5. Дефиниције:

- ниво-линије функције две променљиве;
- ниво-површи функције три променљиве.

6. Гранична вредност функције $f : R^n \rightarrow R$ у тачки $a \in R^n$.

7. Примери граничних вредности функције две променљиве.

Нпр. $\frac{2xy}{x^2 + y^2}, \frac{(x - y)^2}{x^2 + y^2}, \dots$ у тачки $(0, 0)$.

8. Дефиниција непрекидности функције $f : R^n \rightarrow R$ у тачки.

9. Својства непрекидне функције на компактном скупу.

10. Дефиниција парцијалних прираштаја функције $f : R^2 \rightarrow R$.

11. Дефиниција парцијалних прираштаја функције $f : R^3 \rightarrow R$.

12. Дефиниција парцијалних извода функције $f : R^2 \rightarrow R$.
13. Дефиниција парцијалних извода функције $f : R^3 \rightarrow R$.
14. Једноставнији примери налажења парцијалних извода првог реда, нпр. функције $f : (x, y) \rightarrow |x| + y^2$ у тачки $(0, 0)$.
15. Довољан услов за једнакост $f''_{xy}(a, b) = f''_{yx}(a, b)$.
16. Дефиниција диференцијабилности функције $f : R^2 \rightarrow R$.
17. Неопходни услови диференцијабилности функције $f : R^n \rightarrow R$.
18. Довољни услови диференцијабилности функције $f : R^n \rightarrow R$.
19. Однос непрекидности и диференцијабилности функције $f : R^n \rightarrow R$.
20. Дефиниција тоталног диференцијала првог реда функције $f : R^n \rightarrow R$.
21. Дефиниција тоталног диференцијала другог реда функције $f : R^n \rightarrow R$.
22. Изводи функције више променљивих дате имплицитно. Изводи сложене функције.
23. Једначина тангентне равни и једначина нормале.
24. Градијент функције више променљивих.
25. Особине градијента.
26. Дефиниција извода функције у смеру датог вектора.
27. Рачунање извода диференцијабилне функције у смеру датог вектора.
28. Дефиниција векторске функције скаларног аргумента.
29. Гранична вредност векторске функције скаларног аргумента.
30. Непрекидност и диференцијабилност векторске функције скаларног аргумента.
31. Особине извода векторске функције скаларног аргумента.
32. Тејлоров и Маклоренов полином функције више променљивих.
33. Дефиниција локалних екстремума функције више променљивих.

34. Неопходни услови за локални екстремум функције више променљивих.
35. Довољан услов за локални екстремум функције више применљивих изражен помоћу диференцијала другог реда.
36. Дефинитност квадратне форме.
37. Веза локалних екстремума и дефинитности квадратне форме.
38. Довољни услови за локални екстремум функције две променљиве.
39. Веза главних минора Хесеове матрице (матрице парцијалних извода другог реда) и локалних екстремума.
40. Дефиниција условног екстремума функције $f : R^n \rightarrow R$.
41. Лагранжова функција. Неопходни услови условног екстремума изражени помоћу Лагранжове функције.
42. Довољни услови за условни екстремум.

ДРУГИ ДЕО

43. Дефиниција интегралне суме функције $f : [a, b] \rightarrow R$.
44. Дефиниција Римановог интеграла функције $f : [a, b] \rightarrow R$.
45. Примери интегралних сума константних функција.
46. Дефиниција доње и горње интегралне суме функције $f : [a, b] \rightarrow R$.
47. Довољан услов (изражен помоћу доње и горње интегралне суме) за интеграбилност функције $f : [a, b] \rightarrow R$.
48. Неки довољни услови за интеграбилност функције $f : [a, b] \rightarrow R$.
49. Особина линеарности одређеног интеграла.
50. Оцена вредности одређеног интеграла у функцији од најмање и највеће вредности непрекидне подинтегралне функције.
51. Теорема о средњој вредности одређеног интеграла.

52. Основна теорема диференцијалног и интегралног рачуна.
53. Њутн-Лајбницова формула.
54. Примери извода интеграла по променљивој горњој граници. Нпр. $\Phi'(x) = ?$ ако је
$$\Phi(x) = \int_0^x \frac{1}{\sqrt{1 + \sin^2 t}} dt.$$
55. Смена променљиве у одређеном интегралу.
56. Интеграл парне непрекидне функције на симетричном интервалу.
57. Интеграл непарне непрекидне функције на симетричном интервалу.
58. Дефиниција примитивне функције.
59. Дефиниција неодређеног интеграла.
60. Метода смене код неодређеног интеграла.
61. Метода парцијалне интеграције за неодређени интеграл (избор смена за карактеристичне класе подинтегралних функција, нпр. за $f(x) = x^n \sin x$).
62. Разлагање рационалних функција на просте (до на неодређене константе).
63. Интегрални облици простих рационалних функција првог и другог типа.
64. Интегрални облици $\int R(\sin x, \cos x) dx$. Смена.
65. Интегрални облици $\int R(\sin x) \cos x dx$ и $\int R(\cos x) \sin x dx$. Смена.
66. Интегрални облици $\int R(\tan x) dx$. Смена.
67. Интегрални облици $\int R(x, \sqrt[n]{ax + b}) dx$. Смена.
68. Интегрални облици $\int R(x, \sqrt[n]{\frac{ax + b}{cx + d}}) dx$. Смена.
69. Интегрални облици $\int R(x, \sqrt{1 - x^2}) dx$. Тригонометријска смена.
70. Интегрални облици $\int R(x, \sqrt{1 + x^2}) dx$. Тригонометријска смена.
71. Интегрални облици $\int R(x, \sqrt{x^2 - 1}) dx$. Тригонометријска смена.

72. Рачунање површине фигуре помоћу одређеног интеграла. Нпр. дела равни $\{(x, y) : a \leq x \leq b, g(x) \leq y \leq f(x)\}$.

73. Дужина лука криве (задане једначином $y = f(x)$, једначином у поларном или параметарском облику).

74. Рачунање запремине тела преко површине попречног пресека.

75. Дефиниција несвојственог интеграла на бесконачном интервалу интеграције.

76. Испитивање конвергенције интеграла облика $\int_1^{\infty} \frac{dx}{x^{\beta}}$.

77. Једноставнији интеграл облика $\int_a^{\infty} f(x) dx$. Нпр. $\int_0^{\infty} \frac{x^2 dx}{1+x^4}$

78. Дефиниција несвојственог интеграла облика $\int_a^b f(x) dx$ где $f(x) \rightarrow \infty$ кад $x \rightarrow b_-$.

79. Испитивање конвергенције интеграла $\int_0^1 \frac{dx}{x^{\beta}}$.

80. Једноставнији несвојствени интеграл облика $\int_a^b f(x) dx$. Нпр. $\int_0^{1/2} \frac{dx}{x \ln^2 x}$.

81. Запремина ротационог тела.

82. Површина дела ротационе површи.

83. Дефиниција двојног интеграла.

84. Теорема о средњој вредности двојног интеграла.

85. Свођење двојног интеграла на двоструки. Нпр. ако је област интеграције ограничена правама $y = x, y = 2x, y = 3$.

86. Везе између Декартових и поларних координата. Јакобијан.

87. Дефиниција тројног интеграла.

88. Теорема о средњој вредности тројног интеграла.

89. Свођење тројног интеграла на троструки.

90. Везе између Декартових и цилиндричних координата. Јакобијан.
91. Везе између Декартових и сферних координата.
92. Дефиниција конвергенције бројног реда.
93. Неопходан услов конвергенције бројног реда.
94. Хармонијски ред. Особина.
95. Кошијев критеријум конвергенције бројног реда.
96. Даламберов критеријум конвергенције бројног реда са ненегативним члановима.
97. Кошијев критеријум конвергенције бројног реда са ненегативним члановима.
98. Интегрални критеријум конвергенције бројног реда са ненегативним члановима.
99. Примена интегралног критеријума на испитивање конвергенције реда са општим чланом $a_n = \frac{1}{n^\beta}$.
100. Лајбницов критеријум конвергенције алтернативног реда.
101. Абелов став за степене редове.
102. Рачунање полупречника конвергенције степеног реда.