

17. јануар 2008.

презиме и име студента	број индекса	број поена на I колоквијуму (од 100)
1. (30 поена) Дат је низ $(a_n)$ преко формуле општег члана	$a_n = \sqrt{n^2 + 2n - 1} - n.$	
а) Израчунати $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n.$		
б) Да ли је низ $(a_n)$ конвергентан?		
в) Да ли је низ $(a_n)$ монотон?		
г) Да ли је низ $(a_n)$ ограничен?		
2. (30 поена) Дата је функција	$g(x) = \begin{cases} \frac{e^{4x} - 2 \ln(1 + 2x) - 12x^2 - 1}{x^3}, & x \neq 0 \\ \frac{16}{3}, & x = 0 \end{cases}.$	
а) Одредити Маклоренове полиноме трећег степена функција $e^{4x}$ и $\ln(1 + 2x)$ .		
б) Израчунати $\lim_{x \rightarrow 0} g(x).$		
в) Да ли је функција $g(x)$ непрекидна у тачки $x = 0$ ?		
3. (40 поена) Испитати ток и скицирати график функције	$f(x) = \frac{x^2 + 4x + 4}{x + 1}.$	

17. јануар 2008.

презиме и име студента	број индекса	број поена на I колоквијуму (од 100)
1. (30 поена) Дат је низ $(a_n)$ преко формуле општег члана	$a_n = \sqrt{n^2 + n + 1} - \sqrt{n^2 - n + 1}.$	
а) Израчунати $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n.$		
б) Да ли је низ $(a_n)$ конвергентан?		
в) Да ли је низ $(a_n)$ монотон?		
г) Да ли је низ $(a_n)$ ограничен?		
2. (30 поена) Дата је функција	$g(x) = \begin{cases} 2, & x = 0 \\ \frac{1 - e^{-2x} - \sin 2x + 2x^2}{x^3}, & x \neq 0 \end{cases}.$	
а) Одредити Маклоренове полиноме трећег степена функција $e^{-2x}$ и $\sin 2x$ .		
б) Израчунати $\lim_{x \rightarrow 0} g(x).$		
в) Да ли је функција $g(x)$ непрекидна у тачки $x = 0$ ?		
3. (40 поена) Испитати ток и скицирати график функције	$f(x) = \frac{1}{e^x - 1}.$	

17. јануар 2008.

презиме и име студента	број индекса	број поена на I колоквијуму (од 100)
1. (30 поена) Дат је низ $(a_n)$ преко формуле општег члана	$a_n = \sqrt{n^2 + 7n - 6} - \sqrt{n^2 + 3n + 1}$ .	
а) Израчунати $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ .		
б) Да ли је низ $(a_n)$ конвергентан?		
в) Да ли је низ $(a_n)$ монотон?		
г) Да ли је низ $(a_n)$ ограничен?		
2. (30 поена) Дата је функција $g(x) = \sqrt{1 + 2 \sin x}$ .		
а) Одредити диференцијал $dg$ .		
б) Одредити Маклоренов полином трећег степена $T_3(x)$ функције $g(x)$ .		
в) Проверити да ли важи следећа релација: $g(x) \approx 1 + x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3}$ ( $x \approx 0$ ).		
3. (40 поена) Испитати ток и скицирати график функције	$f(x) = (x - 1)e^{2x}$ .	

17. јануар 2008.

презиме и име студента	број индекса	број поена на I колоквијуму (од 100)
1. (30 поена) Дат је низ $(a_n)$ преко формуле општег члана	$a_n = \sqrt{n^2 + 1} - \sqrt{n^2 - 7n + 12}$ .	
а) Израчунати $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ .		
б) Да ли је низ $(a_n)$ конвергентан?		
в) Да ли је низ $(a_n)$ монотон?		
г) Да ли је низ $(a_n)$ ограничен?		
2. (30 поена) Дата је функција $g(x) = \ln(1 + \sin x)$ .		
а) Одредити диференцијал $dg$ .		
б) Одредити Маклоренов полином трећег степена $T_3(x)$ функције $g(x)$ .		
в) Проверити да ли важи следећа релација: $g(x) \approx x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{6}$ ( $x \approx 0$ ).		
3. (40 поена) Испитати ток и скицирати график функције	$f(x) = \frac{x^2 + 6x - 7}{2 - x}$ .	

17. јануар 2008.

презиме и име студента	број индекса	број поена на I колоквијуму (од 100)
1. (30 поена) Низ $(a_n)$ је дат са	$a_n = \frac{1}{1 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 5} + \frac{1}{5 \cdot 7} + \dots + \frac{1}{(2n-1) \cdot (2n+1)}.$	
а) Да ли је низ $(a_n)$ монотон?		
б) Да ли је низ $(a_n)$ ограничен?		
в) Да ли је низ $(a_n)$ конвергентан?		
г) Израчунати $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ .		
2. (30 поена) Дата је функција	$g(x) = e^{1 - \cos x}.$	
а) Одредити диференцијал $dg$ .		
б) Одредити Маклоренов полином трећег степена $T_3(x)$ функције $g(x)$ .		
в) Проверити да ли важи следећа релација:	$g(x) \approx 1 + \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} \quad (x \approx 0).$	
3. (40 поена) Испитати ток и скицирати график функције	$f(x) = (x^2 + 4x + 5)e^{x+1}.$	

17. јануар 2008.

презиме и име студента	број индекса	број поена на I колоквијуму (од 100)
1. (30 поена) Низ $(a_n)$ је дат са	$a_n = \frac{1}{2 \cdot 4} + \frac{1}{4 \cdot 6} + \frac{1}{6 \cdot 8} + \dots + \frac{1}{2n \cdot (2n+2)}.$	
а) Да ли је низ $(a_n)$ монотон?		
б) Да ли је низ $(a_n)$ ограничен?		
в) Да ли је низ $(a_n)$ конвергентан?		
г) Израчунати $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ .		
2. (30 поена) Дата је функција	$g(x) = \begin{cases} \frac{\cos 2x - 1 + 2x^2}{x^4}, & x \neq 0 \\ K, & x = 0 \end{cases}.$	
а) Одредити Маклоренов полином четвртог степена функција $\cos 2x$ .		
б) Израчунати $\lim_{x \rightarrow 0} g(x)$ .		
в) У зависности од параметра $K$ испитати да ли је функција $g(x)$ непрекидна.		
3. (40 поена) Испитати ток и скицирати график функције	$f(x) = \sqrt{x} \cdot \ln x.$	

17. јануар 2008.

презиме и име студента	број индекса	број поена на I колоквијуму (од 100)
1. (30 поена) Низ $(a_n)$ је дат са $a_n = \frac{1}{1 \cdot 3} + \frac{1}{2 \cdot 4} + \frac{1}{3 \cdot 5} + \dots + \frac{1}{(2n-1) \cdot (2n+1)} + \frac{1}{2n \cdot (2n+2)}$ .		
а) Да ли је низ $(a_n)$ монотон?		
б) Да ли је низ $(a_n)$ ограничен?		
в) Да ли је низ $(a_n)$ конвергентан?		
г) Израчунати $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ .		
2. (30 поена) Дата је функција $g(x) = (3-x) \cdot e^{x+2}$ .		
а) Одредити диференцијал $dg$ .		
б) Одредити Тејлоров полином трећег степена $T_3(x)$ функције $g(x)$ у околини тачке $x = -2$ .		
в) Апроксимирати функцију $g(x)$ Тејлоровим полиномом трећег степена у околини тачке $x = -2$ .		
3. (40 поена) Испитати ток и скицирати график функције $f(x) = x \cdot \ln^2 x$ .		

17. јануар 2008.

презиме и име студента	број индекса	број поена на I колоквијуму (од 100)
1. (30 поена) Низ $(a_n)$ је дат са $a_n = \frac{1}{1 \cdot 5} + \frac{1}{3 \cdot 7} + \frac{1}{5 \cdot 9} + \dots + \frac{1}{(4n-3) \cdot (4n+1)} + \frac{1}{(4n-1) \cdot (4n+3)}$ .		
а) Да ли је низ $(a_n)$ монотон?		
б) Да ли је низ $(a_n)$ ограничен?		
в) Да ли је низ $(a_n)$ конвергентан?		
г) Израчунати $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ .		
2. (30 поена) Дата је функција $g(x) = (x+3) \cdot e^{1-x}$ .		
а) Одредити диференцијал $dg$ .		
б) Одредити Тејлоров полином трећег степена $T_3(x)$ функције $g(x)$ у околини тачке $x = 1$ .		
в) Апроксимирати функцију $g(x)$ Тејлоровим полиномом трећег степена у околини тачке $x = 1$ .		
3. (40 поена) Испитати ток и скицирати график функције $f(x) = (x-1)\sqrt{10-x}$ .		

$$1. \text{ а) } \lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \sqrt{n^2 + 2n - 1} - n \right) \cdot \frac{\sqrt{n^2 + 2n - 1} + n}{\sqrt{n^2 + 2n - 1} + n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 + 2n - 1 - n^2}{\sqrt{n^2 + 2n - 1} + n} =$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n - 1}{\sqrt{n^2 + 2n - 1} + n} \cdot \frac{\frac{1}{n}}{\frac{1}{n}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2 - \frac{1}{n}}{\sqrt{1 + \frac{2}{n} - \frac{1}{n^2}} + 1} = \frac{2 - 0}{\sqrt{1 + 0 - 0} + 1} = 1.$$

б) Како је  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 1$  то низ  $(a_n)$  конвергира.

в) Испитајмо монотоност овог низа. Покажимо да је овај низ монотонно растући, тј.  $a_{n+1} - a_n > 0$ .

$$a_{n+1} - a_n = \left( \sqrt{n^2 + 4n + 2} - (n + 1) \right) - \left( \sqrt{n^2 + 2n - 1} - n \right) = \sqrt{n^2 + 4n + 2} - \sqrt{n^2 + 2n - 1} - 1 > 0.$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{n^2 + 4n + 2} > \sqrt{n^2 + 2n - 1} + 1.$$

Како на обе стране имамо позитивне бројеве ово смо да квадрирамо.

$$\Leftrightarrow n^2 + 4n + 2 > n^2 + 2n - 1 + 2\sqrt{n^2 + 2n - 1} + 1, \text{ тј. } 2n + 2 > 2\sqrt{n^2 + 2n - 1}, \text{ односно } n + 1 > \sqrt{n^2 + 2n - 1}.$$

Опет су обе стране позитивне, па кад квадрирамо добијамо  $n^2 + 2n + 1 > n^2 + 2n - 1$ , односно  $2 > 0$ , што је тачно, па важи и  $a_{n+1} - a_n > 0$ .

г) Како је  $2n - 1 > 0$  за свако  $n \in \mathbb{N}$  то је и  $n^2 + 2n - 1 > n^2$ , односно кад коренујемо добијамо да је  $\sqrt{n^2 + 2n - 1} > \sqrt{n^2} = |n| = n$ , одакле је  $a_n = \sqrt{n^2 + 2n - 1} - n > 0$ .

Са друге стране имамо  $n^2 + 2n - 1 < n^2 + 2n + 1$ , што кад коренујемо  $\sqrt{n^2 + 2n - 1} < \sqrt{n^2 + 2n + 1} = n + 1$ , одакле је  $a_n = \sqrt{n^2 + 2n - 1} - n < 1$ . Тиме смо показали да је  $0 < a_n < 1$ , тј. низ  $a_n$  је ограничен.

**Напомена.** Овај део смо могли показати и на основу претходно показаних делова задатка: како је низ  $(a_n)$  монотонно растући и конвергира ка 1, то ће бити  $a_1 \leq a_n \leq 1$ , тј.  $\sqrt{2} - 1 \leq a_n \leq 1$ .

2. а) I начин: Користимо Маклоренове развоја експоненцијалне функције и логаритамске функције:

$$e^t = 1 + \frac{t}{1!} + \frac{t^2}{2!} + \frac{t^3}{3!} + o(t^3) \quad \text{и} \quad \ln(1 + t) = \frac{t}{1} - \frac{t^2}{2} + \frac{t^3}{3} + o(t^3),$$

стављајући  $t = 4x$  у прву формулу и  $t = 2x$  у другу формулу директно добијамо

$$e^{2x} = 1 + 4x + 8x^2 + \frac{32}{3}x^3 + o(x^3) \quad \text{и} \quad \ln(1 + 2x) = 2x - 2x^2 + \frac{8}{3}x^3 + o(x^3).$$

II начин: Одредимо Маклоренов полином трећег степена функције  $g_1(x) = e^{2x}$ .

$$\begin{aligned} g_1(x) &= e^{4x} & \Rightarrow & g_1(0) = 1 \\ g_1'(x) &= 4e^{4x} & \Rightarrow & g_1'(0) = 4 \\ g_1''(x) &= 16e^{4x} & \Rightarrow & g_1''(0) = 16 \\ g_1'''(x) &= 64e^{4x} & \Rightarrow & g_1'''(0) = 64 \end{aligned}$$

Маклоренов полином је  $T_3(x) = 1 + 4x + 8x^2 + \frac{32}{3}x^3$ , тј.  $g_1(x) = 1 + 4x + 8x^2 + \frac{32}{3}x^3 + o(x^3)$ .

Одредимо Маклоренов полином трећег степена функције  $g_2(x) = \ln(1 + 2x)$ .

$$\begin{aligned} g_2(x) &= \ln(1 + 2x) & \Rightarrow & g_2(0) = 0 \\ g_2'(x) &= \frac{2}{1 + 2x} & \Rightarrow & g_2'(0) = 2 \\ g_2''(x) &= \frac{-4}{(1 + 2x)^2} & \Rightarrow & g_2''(0) = -4 \\ g_2'''(x) &= \frac{16}{(1 + 2x)^3} & \Rightarrow & g_2'''(0) = 16 \end{aligned}$$

Маклоренов полином је  $T_3(x) = 2x - 2x^2 + \frac{8}{3}x^3$ , тј.  $g_2(x) = 2x - 2x^2 + \frac{8}{3}x^3 + o(x^3)$ .

6) I начин: Како за  $x \neq 0$  имамо да је 
$$g(x) = \frac{e^{4x} - 2 \ln(1 + 2x) - 12x^2 - 1}{x^3} = \frac{(1 + 4x + 8x^2 + \frac{32}{3}x^3 + o(x^3)) - 2 \cdot (2x - 2x^2 + \frac{8}{3}x^3 + o(x^3)) - 12x^2 - 1}{x^3} = \frac{16}{3} + o(1), \text{ то је } \lim_{x \rightarrow 0} g(x) = \frac{16}{3}.$$

II начин: До резултата овог лимеса можемо доћи и са 3 узастопне примене Лопиталовог правила:

$$\lim_{x \rightarrow 0} g(x) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{4x} - 2 \ln(1 + 2x) - 12x^2 - 1}{x^3} \stackrel{\text{л.п.}}{\underset{\frac{0}{0}}{=}} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{4e^{4x} - \frac{4}{1+2x} - 24x}{3x^2} \stackrel{\text{л.п.}}{\underset{\frac{0}{0}}{=}} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{16e^{4x} + \frac{8}{(1+2x)^2} - 24}{6x} \stackrel{\text{л.п.}}{\underset{\frac{0}{0}}{=}} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{64e^{4x} - \frac{32}{(1+2x)^3}}{6} = \frac{64 - 32}{6} = \frac{16}{3}.$$

в) Како је  $g(0) = \frac{16}{3} = \lim_{x \rightarrow 0} g(x)$  добијамо да је функција  $g(x)$  непрекидна у тачки  $x = 0$ .

3. Испитајмо ток функције  $f(x) = \frac{x^2 + 4x + 4}{x + 1}$ .

1° Домен је  $D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$ , тј.  $D = (-\infty, -1) \cup (-1, +\infty)$ .

2° Пресек са  $y$ -осом је  $Y(0, 4)$ . Функција има једну нулу:  $N(-2, 0)$ . Знак:

	$(-\infty, -2)$	$-2$	$(-2, -1)$	$-1$	$(-1, +\infty)$
$x^2 + 4x + 4$	+	0	+	+	+
$x + 1$	-	-	-	x	+
$f(x)$	-	0	-	x	+

3° Није ни парна ни непарна (како домен  $D$  није симетричан у односу на  $x = 0$ ) ни периодична (како се прекиди у домену не понављају периодично).

4°  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2 + 4x + 4}{x + 1} \cdot \frac{\frac{1}{x}}{\frac{1}{x}} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x + 4 + \frac{4}{x}}{1 + \frac{1}{x}} = -\infty.$

Аналогно се добија и  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$  (а могли смо да користимо и Лопиталово правило).

$\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{x^2 + 4x + 4}{x + 1} = \left[ \frac{1}{0^-} \right] = -\infty.$

Аналогно се добија и  $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = +\infty$

5° На основу претходно одређених лимеса имамо да је права  $x = 1$  је вертикална асимптота, а да  $f(x)$  нема хоризонталних асимптота.

Остаје да испитамо косе асимптоте. Како је  $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x^2 + 4x + 4}{x^2 + x} \cdot \frac{\frac{1}{x^2}}{\frac{1}{x^2}} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{1 + \frac{4}{x} + \frac{4}{x^2}}{1 + \frac{1}{x}} = 1$

и  $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) - k \cdot x = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x^2 + 4x + 4}{x + 1} - 1 \cdot x = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x^2 + 4x + 4 - x^2 - x}{x + 1} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{3x + 4}{x + 1} \cdot \frac{\frac{1}{x}}{\frac{1}{x}} =$

$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{3 + \frac{4}{x}}{1 + \frac{1}{x}} = 3.$  Стога је права  $y = x + 3$  обострана коса асимптота.

6°  $f' = \frac{x^2 + 2x}{(x + 1)^2}$ . Монотоност смо испитали помоћу следеће таблице:

	$(-\infty, -2)$	$-2$	$(-2, -1)$	$-1$	$(-1, 0)$	$0$	$(0, +\infty)$
$x^2 + 2x$	+	0	-	-	-	0	+
$(x + 1)^2$	+	+	+	x	+	+	+
$f'(x)$	+	0	-	x	-	0	+
$f(x)$	$\nearrow$	max	$\searrow$	x	$\searrow$	min	$\nearrow$

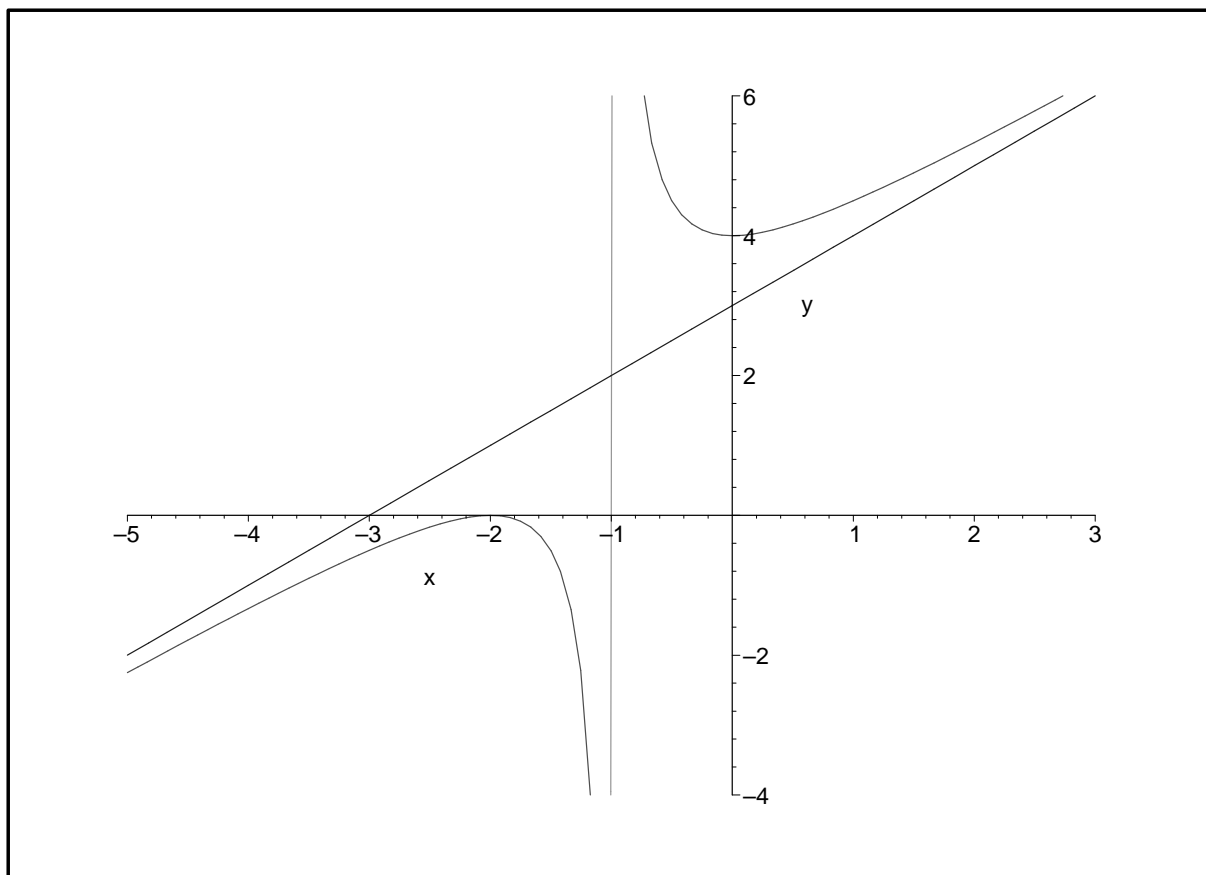
Локални максимум је  $M_1(-2, 0)$ , а локални минимум је  $M_2(0, 4)$ .

7°  $f'' = \frac{2}{(x+1)^3}$ . Конвексност: смо испитали помоћу следеће таблице:

	$(-\infty, -1)$	$-1$	$(-1, +\infty)$
2	+	+	+
$(x+1)^3$	−	x	+
$f''(x)$	−	x	+
$f(x)$	$\cap$	x	$\cup$

Превојних тачака нема.

На основу свега овога скицирамо график функције:



1. а)  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 1$ .

б) Низ  $(a_n)$  је конвергентан (јер је лимес у делу под а) коначан).

в) Низ  $(a_n)$  је монотон (растући).

г) Низ  $(a_n)$  је ограничен ( $0 < a_n < 1$ ).

2. а)  $e^{-2x} = 1 - 2x + 2x^2 - \frac{4}{3}x^3 + o(x^3) \Rightarrow T_3(x) = 1 - 2x + 2x^2 - \frac{4}{3}x^3$ .

$\sin 2x = 2x - \frac{4}{3}x^3 + o(x^3) \Rightarrow T_3(x) = 2x - \frac{4}{3}x^3$ .

б)  $\lim_{x \rightarrow 0} g(x) = \frac{8}{3}$ .

в) Како је  $\lim_{x \rightarrow 0} g(x) = \frac{8}{3} \neq 2 = g(0)$  функција није непрекидна у  $x = 0$  (тј. ту има прекид).

3. 1° Домен је  $D = (-\infty, 0) \cup (0, +\infty)$ .

2° Нема пресек са  $y$ -осом. Функција нема нуле. Знак: 

$(-\infty, 0)$	0	$(0, +\infty)$
-	x	+

3° Није ни парна ни непарна ни периодична.

4°  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{e^x - 1} = \left[ \frac{1}{0 - 1} \right] = -1$ .  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{e^x - 1} = \left[ \frac{1}{+\infty - 1} \right] = 0$ .

$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{1}{e^x - 1} = \left[ \frac{1}{e^{0^-} - 1} = \frac{1}{1^- - 1} = \frac{1}{0^-} \right] = -\infty$ . Аналогно је и  $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = +\infty$ .

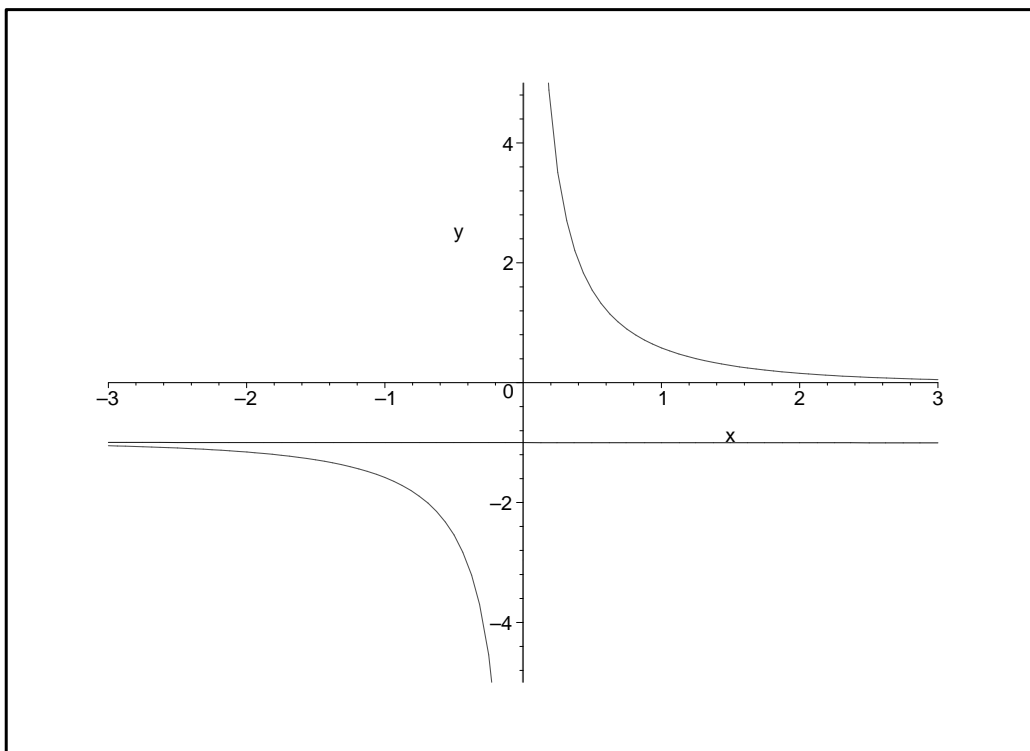
5°  $x = 0$  је верт. асимптота, а  $y = -1$  је лева хор. асимптота, док је  $y = 0$  десна хор. асимптота.

6°  $f' = \frac{-e^x}{(e^x - 1)^2}$ . Нема екстрема. Монотоност: 

$(-\infty, 0)$	0	$(0, +\infty)$
-	x	-
$f'(x)$		
$f(x)$	$\searrow$	$\searrow$

7°  $f'' = \frac{e^x(e^x + 1)}{(e^x - 1)^3}$ . Превојних тачака нема. Конвексност: 

$(-\infty, 0)$	0	$(0, +\infty)$
-	x	+
$f''(x)$		
$f(x)$	$\cap$	$\cup$





1. а)  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \frac{7}{2}$ .

б) Низ  $(a_n)$  је конвергентан (јер је лимес у делу под а) коначан).

в) Низ  $(a_n)$  је монотон (растући).

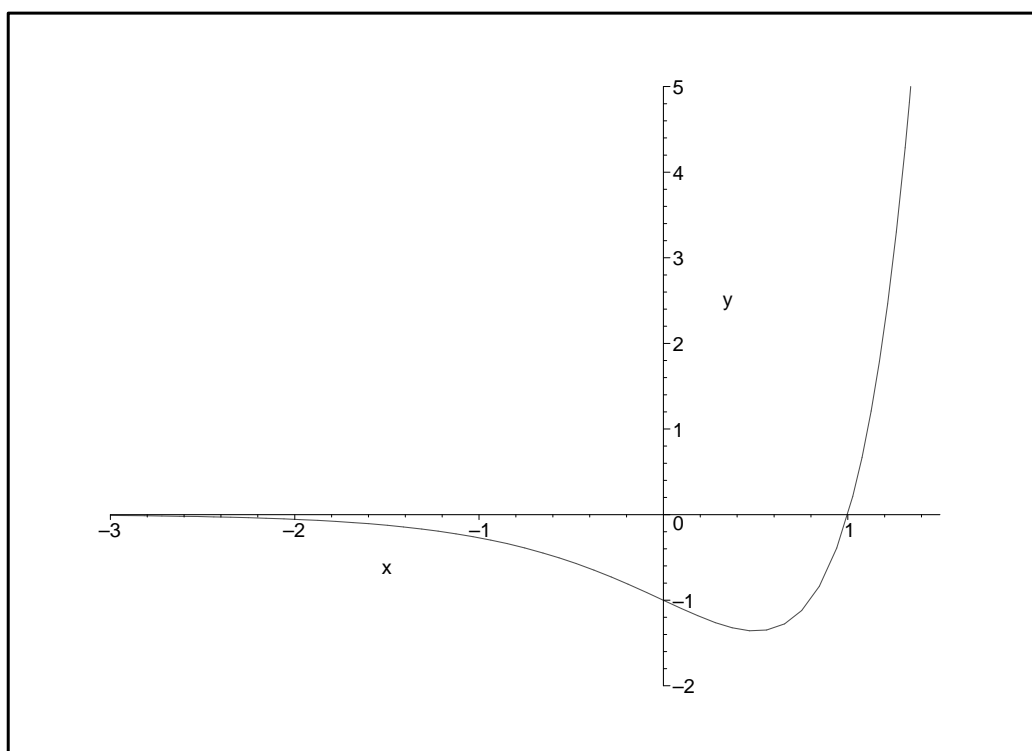
г) Низ  $(a_n)$  је ограничен ( $0 < a_n < \frac{7}{2}$ ).

2. а) Како је  $g'(x) = \frac{\cos x}{\sqrt{1+2\sin x}} \Rightarrow dg = \frac{\cos x}{\sqrt{1+2\sin x}} dx$ .

б)  $T_3(x) = 1 + x - \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{3}x^3$ .

в) Важи дата релација.

3.



1. а)  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \frac{7}{2}$ .

б) Низ  $(a_n)$  је конвергентан (јер је лимес у делу под а) коначан).

в) Низ  $(a_n)$  је монотон (растући).

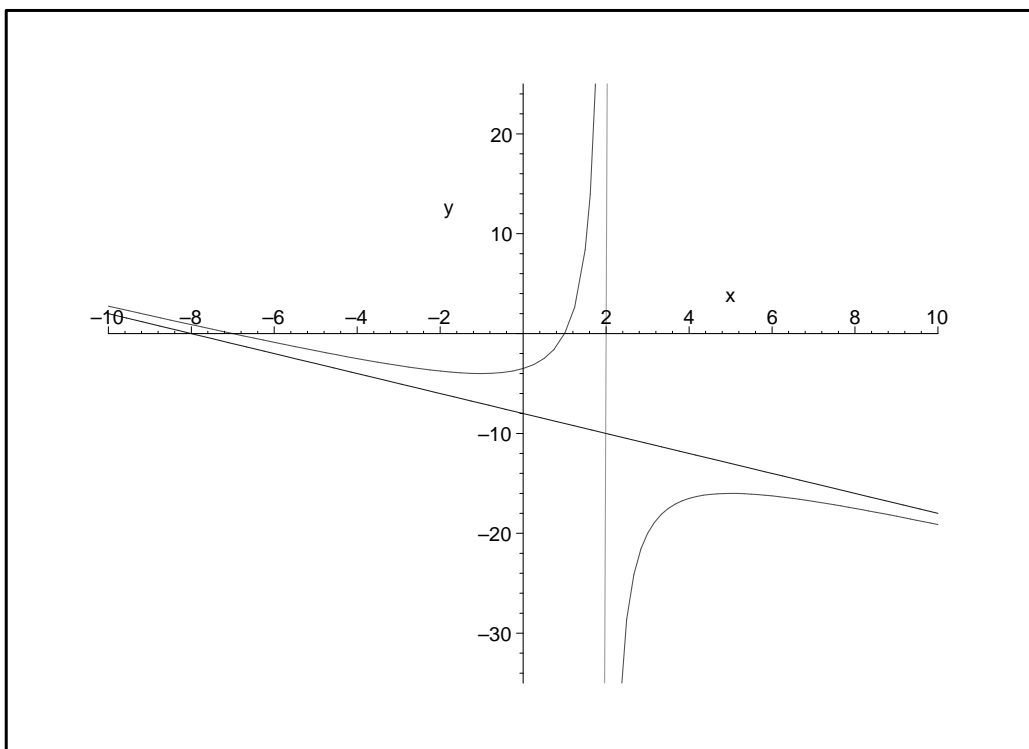
г) Низ  $(a_n)$  је ограничен ( $0 < a_n < \frac{7}{2}$ ).

2. а) Како је  $g'(x) = \frac{\cos x}{1 + \sin x} \Rightarrow dg = \frac{\cos x}{1 + \sin x} dx$ .

б)  $T_3(x) = x - \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{6}x^3$ .

в) Важи дата релација.

3.



# К Резултати II колоквијума из Математике 1 К

1. а) Низ  $(a_n)$  је монотono растући (јер се следећи члан добија тако што претходном додамо још један позитиван сабирак).

б) Низ  $(a_n)$  је ограничен ( $0 < a_n < \frac{1}{2}$ ).

в) Низ  $(a_n)$  је конвергентан (јер је монотон и ограничен).

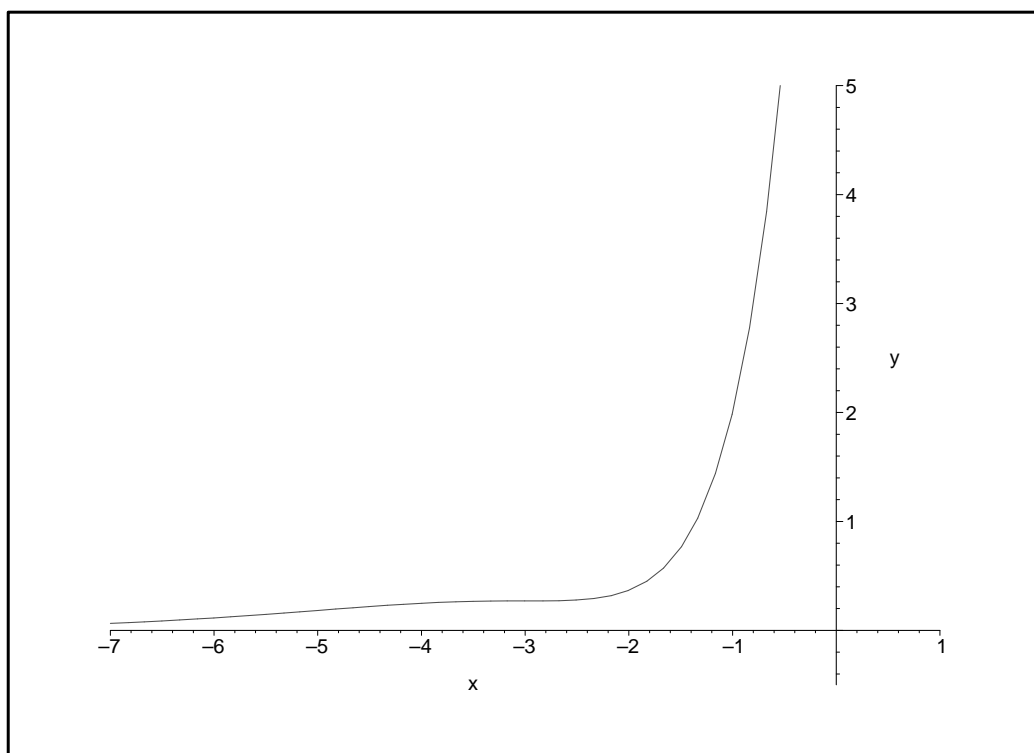
г)  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \frac{1}{2}$ .

2. а) Како је  $g'(x) = e^{1 - \cos x} \cdot \sin x \Rightarrow dg = e^{1 - \cos x} \cdot \sin x dx$ .

б)  $T_3(x) = 1 + \frac{1}{2}x^2$ .

в) Не важи дата релација (јер има члан  $\frac{x^3}{3}$  вишка).

3.



# Л      Резултати II колоквијума из Математике 1      Л

1. а) Низ  $(a_n)$  је монотono растући (јер се следећи члан добија тако што претходном додамо још један позитиван сабирак).

б) Низ  $(a_n)$  је ограничен  $(0 < a_n < \frac{1}{4})$ .

в) Низ  $(a_n)$  је конвергентан (јер је монотон и ограничен).

г)  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \frac{1}{4}$ .

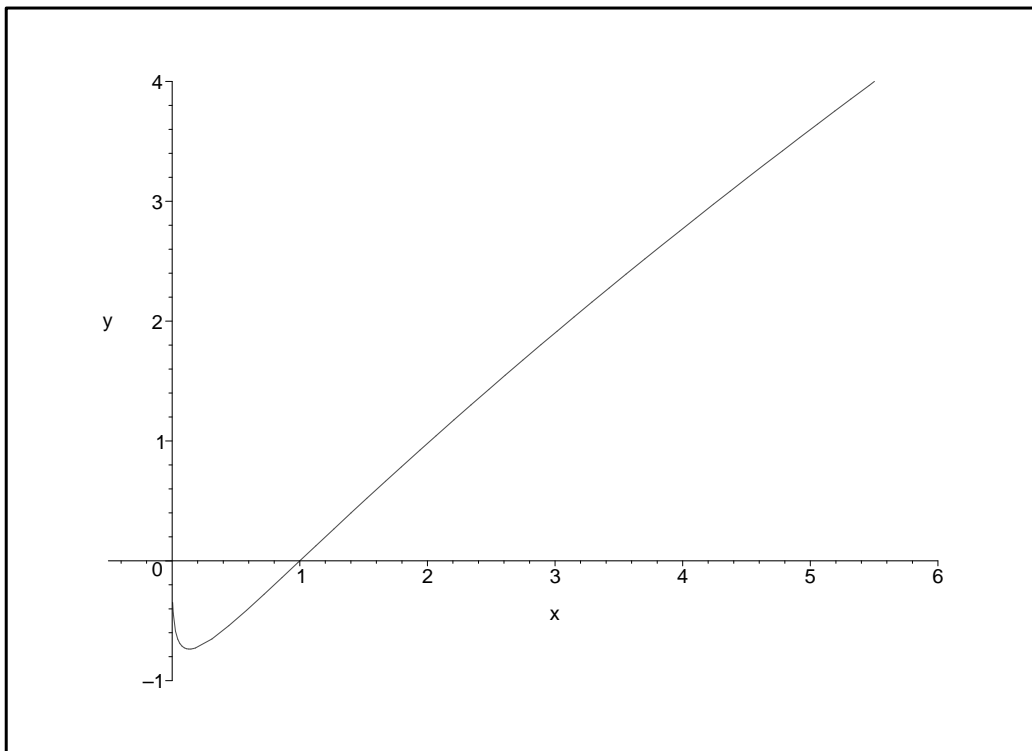
2. а)  $\cos 2x = 1 - 2x^2 + \frac{2}{3}x^4 + o(x^4) \Rightarrow T_3(x) = 1 - 2x^2 + \frac{2}{3}x^4$ .

б)  $\lim_{x \rightarrow 0} g(x) = \frac{2}{3}$ .

в) Када је  $K \neq \frac{2}{3}$  због  $\lim_{x \rightarrow 0} g(x) = \frac{2}{3} \neq K = g(0)$  функција није непрекидна у  $x = 0$  (тј. ту има прекид),

док је за  $K = \frac{2}{3}$  због  $\lim_{x \rightarrow 0} g(x) = \frac{2}{3} = K = g(0)$  функција непрекидна у  $x = 0$ .

3.



# М Резултати II колоквијума из Математике 1 М

1. а) Низ  $(a_n)$  је монотono растући (јер се следећи члан добија тако што претходном додамо још један позитиван сабирак).

б) Низ  $(a_n)$  је ограничен  $(0 < a_n < \frac{3}{4})$ .

в) Низ  $(a_n)$  је конвергентан (јер је монотон и ограничен).

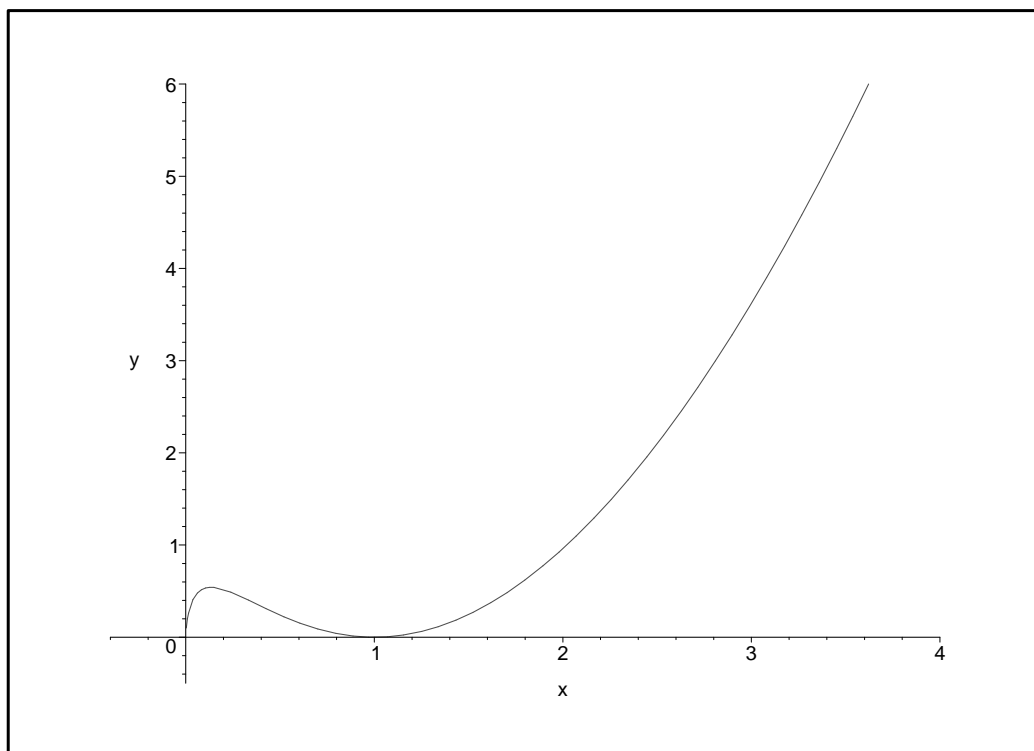
г)  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \frac{3}{4}$ .

2. а) Како је  $g'(x) = -e^{x+2}(x-2) \Rightarrow dg = -e^{x+2}(x-2) dx$ .

б)  $T_3(x) = 5 + 4(x+2) + \frac{3}{2}(x+2)^2 + \frac{1}{3}(x+2)^3$ .

в)  $g(x) \approx 5 + 4(x+2) + \frac{3}{2}(x+2)^2 + \frac{1}{3}(x+2)^3 \quad (x \approx -2)$ .

3.



# Н Резултати II колоквијума из Математике 1 Н

1. а) Низ  $(a_n)$  је монотono растући (јер се следећи члан добија тако што претходном додамо још један позитиван сабирак).

б) Низ  $(a_n)$  је ограничен  $(0 < a_n < \frac{1}{3})$ .

в) Низ  $(a_n)$  је конвергентан (јер је монотон и ограничен).

г)  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \frac{1}{3}$ .

2. а) Како је  $g'(x) = -e^{1-x}(x+2) \Rightarrow dg = -e^{1-x}(x+2) dx$ .

б)  $T_3(x) = 4 - 3(x-1) + (x-1)^2 - \frac{1}{6}(x-1)^3$ .

в)  $g(x) \approx 4 - 3(x-1) + (x-1)^2 - \frac{1}{6}(x-1)^3 \quad (x \approx 1)$ .

3.

