ПРВИ КОЛОКВИЈУМ ИЗ МАТЕМАТИКЕ 1 29.11.1997.

Група А

1. Ако је

$$A = \left\{ \begin{pmatrix} \cos a & \sin a \\ -\sin a & \cos a \end{pmatrix}, \ a \in R \right\},$$

а $\cdot$ множење матрица, доказати да је $(A, \cdot)$ Абелова група.

2. У зависности од вредности реалних параметара a и b решити систем

$$\begin{array}{rrrrcr} x + & 2y - & 3z + & bu & = & -1 \\ x - & (a-2)y + & (b-3)z + & bu & = & -4 \\ ax - & (a^2-2a)y - & 2az + & a(b-1)u & = & -4a-b \\ ax - & (a^2-2a)y - & 2abz + & a(b-3)u & = & -4a-3b \ . \end{array}$$

3. Дати су вектори: $\vec{a} = (m-2, 3, -1)$, $\vec{b} = (m, -1, 0)$ и $\vec{c} = (3, -1, -1)$, где је $m \in R$.
(1) Одредити вредност параметра m тако да вектори $\vec{a}$, $\vec{b}$ и $\vec{c}$ буду линеарно зависни.
(2) За m из (1) изразити вектор c преко вектора $\vec{a}$ и $\vec{b}$.
(3) Одредити једначину равни која садржи тачку $A(2, -1, 3)$ и која је нормална на векторе $\vec{a}$ и $\vec{b}$.

ПРВИ КОЛОКВИЈУМ ИЗ МАТЕМАТИКЕ 1 29.11.1997.

Група Б

1. Ако је $A = \{a + b\sqrt{5},\ a, b \in Q\}$, испитати да ли је $(A, +, \cdot)$ поље.

2. Нека је

$$A = \begin{pmatrix} a & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & a \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ a & 1 \end{pmatrix}, \quad D = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & a \end{pmatrix},$$

где је $a \in R$. Одредити скуп вредности параметра a за које су матрице A, B, C и D линеарно независне.

3. Дате су тачке $A(-6, 1, -1)$ и $B(14, -13, -4)$ и права

$$p: \ \frac{x+6}{6} = \frac{y}{-1} = \frac{z}{8}.$$

(1) Одредити једначину равни α која садржи тачку A и праву p.
(2) Израчунати површину троугла ABB_1, где је B_1 пројекција тачке B на раван α.

ПРВИ КОЛОКВИЈУМ ИЗ МАТЕМАТИКЕ 1 29.11.1997.

Група Ц

1. Ако је

$$A=\left\{\begin{pmatrix}1 & a & c\\ 0 & 1 & b\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix},\ a,b,c\in R\right\},$$

а $\cdot$ множење матрица, испитати да ли је $(A,\cdot)$ група.

2. Нека су e_1, e_2, e_3 и e_4 вектори базе векторског простора и нека је

$$\begin{aligned}x=&e_1+2e_2+\lambda e_3+3e_4\\ y=&7e_1+2e_2+4e_3+e_4\\ z=&17e_1+4e_2+10e_3+e_4\\ u=&3e_1+3e_2+e_3+4e_4,\end{aligned}$$

где је $\lambda\in R$. Испитати линеарну зависност вектора x,y,z,u.

3. Дате су тачке $M_1(1,2,10)$, $M_2(-2,0,10)$ и вектор $\vec{a}=(1,3,7)$.
(1) Одредити једначину равни α која садржи тачке M_1 и M_2 и која је паралелна вектору $\vec{a}$.
(2) Одредити тачку B симетричну тачки $A(5,-4,-2)$ у односу на раван α.

ПРВИ КОЛОКВИЈУМ ИЗ МАТЕМАТИКЕ 1 29.11.1997.

Група Д

1. Ако је

$$A=\left\{f_{a,b,c,d}\ ;\ f_{a,b,c,d}:x\mapsto\frac{ax+b}{cx+d},\ a,b,c,d\in R,\ ad-bc=1\right\},$$

а $\star$ композиција функција дефинисана са $(f\star g)(x)=f(g(x))$, испитати да ли је $(A,\star)$ група.

2. Решити једначину $AX=B$, ако је

$$A=\begin{pmatrix}a & -1 & 1\\ -1 & a & -1\\ 3 & -3 & a+2\end{pmatrix},\qquad B=\begin{pmatrix}a+1\\ -2\\ 1\end{pmatrix}$$

и $a\in R$.

3. Дата је тачка $A(2,-1,3)$ и вектори $\vec{AB}=(2,0,-1)$, $\vec{AC}=(-2,2,-5)$ и $\vec{AD}=(3,0,0)$.
(1) Испитати линеарну зависност вектора $\vec{AB}$, $\vec{AC}$ и $\vec{AD}$.
(2) Израчунати запремину тетраедра $ABCD$.
(3) Израчунати дужину висине из темена D тетраедра $ABCD$.

ПРВИ КОЛОКВИЈУМ ИЗ МАТЕМАТИКЕ 1 14.11.1997.

Група А

1. Ако је

$$A=\left\{\begin{pmatrix} e^x & a \\ 0 & e^y \end{pmatrix},\ a\geq 0,\ a,x,y\in R\right\},$$

а $\cdot$ множење матрица, испитати да ли је $(A,\cdot)$ група.

2. У зависности од вредности реалних параметара a и b решити систем

$$\begin{aligned} -x+\ 2y-\ \ z &= 2 \\ 2x+\ ay+\ 2z &= b \\ ax+\ 3y+\ \ z &= 3\ . \end{aligned}$$

3. (1) Векторски производ - дефиниција и особине.

(2) Ако је $\vec{a}=(x_1,y_1,z_1)$ и $\vec{b}=(x_2,y_2,z_2)$, доказати да је

$$\vec{a}\times\vec{b}=\begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ x_1 & y_1 & z_1 \\ x_2 & y_2 & z_2 \end{vmatrix}.$$

(3) Израчунати дужину висине CD троугла чија су темена $A(3,1,5)$, $B(1,-2,-1)$ и $C(1,1,2)$.

ПРВИ КОЛОКВИЈУМ ИЗ МАТЕМАТИКЕ 1 14.11.1997.

Група Б

1. Ако је $A=\{(a,b,c),\ a,b,c\in R,\ a\neq 0,\ c>0,\ a\neq b\}$, и ако је операција $\star$ дефинисана са

$$(a,b,c)\star(x,y,z)=(ax+by,ay+bx,cz),$$

испитати да ли је $(A,\star)$ група.

2. Одредити фундаментални систем решења и опште решење система линеарних једначина

$$\begin{aligned} x+\ \ y+\ 3z+\ 5u-\ 7v &= 0 \\ 2x-\ \ y+\ 4z-\ \ u+\ 2v &= 0 \\ 4x-\ \ y+\ 9z+\ \ u+\ 9v &= 0 \\ x-\ 2y+\ \ z-\ 6u+\ 9v &= 0\ . \end{aligned}$$

3. (1) Векторски простор. База и димензија.

(2) У зависности од реалног параметра λ испитати линеарну зависност матрица

$$A=\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix},\quad B=\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix},\quad C=\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix},\quad D=\begin{pmatrix} \lambda & 1 \\ 1 & \lambda \end{pmatrix}.$$

ПРВИ КОЛОКВИЈУМ ИЗ МАТЕМАТИКЕ 1 14.11.1997.

Група Ц

1. Ако је

$$A=\left\{\begin{pmatrix}1&0&0\\a&1&0\\b&c&1\end{pmatrix}\ ,\ a,b,c\in R\right\},$$

а $\cdot$ множење матрица, испитати да ли је $(A,\cdot)$ група.

2. У зависности од реалних параметара a и b решити систем

$$\begin{array}{rrrrcl} x- & 2y+ & 3z & & = & 2\\ x+ & (a-3)y+ & (3-ab)z- & 4u & = & 1\\ 2x+ & (a-5)y+ & (7-a-b)z- & 3u & = & b+2\ . \end{array}$$

3. (1) Мешовити производ - дефиниција и особине.

(2) Ако је $\vec{a}=(x_1,y_1,z_1)$, $\vec{b}=(x_2,y_2,z_2)$ и $\vec{c}=(x_3,y_3,z_3)$, доказати да је

$$[\vec{a},\vec{b},\vec{c}]=\begin{vmatrix}x_1&y_1&z_1\\x_2&y_2&z_2\\x_3&y_3&z_3\end{vmatrix}.$$

(3) Дати су вектори $\vec{a}=\lambda\vec{i}+\vec{j}+4\vec{k}$, $\vec{b}=\vec{i}-2\lambda\vec{j}$ и $\vec{c}=3\vec{i}-3\vec{j}+4\vec{k}$ $(\lambda\in R)$. Одредити вредности λ_1 и λ_2 за које су вектори $\vec{a}$, $\vec{b}$ и $\vec{c}$ компланарни, а затим за вредност $\lambda=max\{\lambda_1,\lambda_2\}$ изразити вектор $\vec{c}$ преко вектора $\vec{a}$ и $\vec{b}$.

ПРВИ КОЛОКВИЈУМ ИЗ МАТЕМАТИКЕ 1 14.11.1997.

Група Д

1. Ако је

$$A=\left\{\begin{pmatrix}a&0&ib\\0&0&0\\ib&0&a\end{pmatrix}\ ,\ a,b\in R,\ a^2+b^2\neq 0,\ i^2=-1\right\},$$

а $\cdot$ множење матрица, испитати да ли је $(A,\cdot)$ група.

2. Применом *Kronecker Cappelli* - јеве теореме испитати сагласност система

$$\begin{array}{rrrcl} x+ & y+ & (a-3)z & = & 0\\ 2x+ & 2y+ & (a-1)z & = & 1\\ 3x+ & (a+1)y+ & 3z & = & a\ . \end{array}$$

3. (1) Нека је $P_{\leq 2}(x)=\{ax^2+bx+c;\ a,b,c\in R\}$ и нека су $+$ и $\cdot$ операције сабирања полинома и множења полинома реалним бројем. Доказати да је $(P_{\leq 2}(x),+,\cdot)$ векторски простор над пољем $(R,+,\cdot)$.

(2) Испитати линеарну зависност полинома $p(x)=3+\lambda x+3x^2$, $q(x)=\lambda+5x+4x^2$ и $r(x)=1+3x+2x^2$ $(\lambda\in R)$ у векторском простору $P_{\leq 2}(x)$.

ПРВИ КОЛОКВИЈУМ ИЗ МАТЕМАТИКЕ 1 14.11.1999.

Група А

1. Нека је

$$A = \left\{ \begin{pmatrix} a & 0 & b \\ 0 & c & 0 \\ b & 0 & a \end{pmatrix},\ a, b, c \in Q,\ a \neq 0,\ |a| \neq |b| \right\},$$

а $\cdot$ операција множења матрица. Испитати да ли је $(A, \cdot)$ Абелова група.

2. У зависности од вредности реалних параметара a и b решити систем

$$\begin{array}{rrrrcr} x+ & 2y- & 3z+ & u & = & 0 \\ x- & (a-4)y- & 4z+ & (b+1)u & = & b \\ x+ & ay+ & (a-4)z & & = & a+2b-4. \end{array}$$

3. (1) Скаларни производ - дефиниција и особине. Одређивање интезитета у n - димензином простору помоћу скаларног производа.

(2) Одредити параметар a тако да раван $L_1 :\ 2x + ay + z - a = 0$ буде ортогонална на раван $L_2 :\ 3x - 2y - 4z - 5 = 0$, а затим одредити угао између равни L_1 и $L_3 :\ x + 2y - z + 3 = 0$.

ПРВИ КОЛОКВИЈУМ ИЗ МАТЕМАТИКЕ 1 14.11.1999.

Група Б

1. Ако је $A = \{(a, b, c),\ a, b, c \in R,\ a \neq 0\}$, и ако је операција $\star$ дефинисана са

$$(a, b, c) \star (e, f, g) = (ae, af + bc, ag + bf + ce),$$

испитати да ли је $(A, \star)$ Абелова група.

2. (1) Крамерова теорема. Формулација и доказ.

(2) У зависности од реалног параметра a решити једначину $AX = B$, ако је

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 4 & 7 \\ 4 & 6 & a \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$$

3. Дате су права $p :\ 4x + y - 2z - 13 = 0,\ 2x + 5y - 4z - 23 = 0$ и тачка $M(1, 6, 2)$.

(1) Одредити једначину равни π коју одређују права p и тачка M.

(2) Израчунати $d(M, p)$.

ПРВИ КОЛОКВИЈУМ ИЗ МАТЕМАТИКЕ 1 14.11.1999.

Група Ц

1. Ако је

$$A = \left\{ \begin{pmatrix} a+ib & 0 \\ b & a-ib \end{pmatrix} \ , \ a, b \in Q, \ a^2 + b^2 \neq 0 \right\},$$

а $\cdot$ множење матрица, испитати да ли је $(A, \cdot)$ Абелова група.

2. У зависности од реалног параметра a решити систем

$$\begin{array}{rrrrrcl} x+ & y & - & 3u- & v & = & 0 \\ 2x+ & (a+2)y- & 2z+ & 4u- & 7v & = & 0 \\ x- & y+ & az- & 13u+ & 4v & = & 0\ . \end{array}$$

3. (1) Линеарна зависност и независност n вектора.

(2) Дате су тачке $A(1,1,0)$, $B(3,1,1)$, $C(-1,4,2)$ $D(5,0,5)$. Испитати линеарну зависност вектора $\overline{AB}$, $\overline{AC}$ и $\overline{AD}$, а затим израчунати запремину пирамиде $ABCD$.

ПРВИ КОЛОКВИЈУМ ИЗ МАТЕМАТИКЕ 1 14.11.1999.

Група Д

1. (1) Доказати да операција на групоиду може имати само један неутрални елемент.

(2) Нека је $A = \{(a,b) \ : \ a, b \in Q, \ b \neq 0\}$, а $\star$ операција дефинисана са

$$(a,b) \star (c,d) = (a+c, bd).$$

Испитати да ли је $(A, \cdot)$ Абелова група.

2. У зависности од реалног параметра a решити систем

$$\begin{array}{rrrrcr} 2x- & y+ & z- & 3u & = & -2 \\ x+ & y+ & z- & 2u & = & a \\ 2x+ & 2y+ & az- & 4u & = & a+1\ . \end{array}$$

3. Одредити једначину праве p која је паралелна правој $q \ : \ \dfrac{x}{3} = \dfrac{y+1}{2} = \dfrac{z-4}{1}$ и која садржи пресек правих $r \ : \ \dfrac{x-2}{-1} = \dfrac{y}{1} = \dfrac{z+1}{2}$ и $s \ : \ \dfrac{x+1}{2} = \dfrac{y+2}{3} = \dfrac{z-2}{-1}$.

ПРВИ КОЛОКВИЈУМ ИЗ МАТЕМАТИКЕ 1 19.11.2000.

Група 1

1. Ако је $A=\{(a,b),\ a,b\in R,\ a\neq 0\}$, и ако је операција $\star$ дефинисана са

$$(a,b)\star(c,d)=(ac,d+b),$$

испитати да ли је $(A,\star)$ група.

2. У зависности од вредности реалних параметара a и b решити систем

$$\begin{array}{rrrrcl} 2x- & 3y+ & z- & u & = & 4\\ 2x+ & (a-b-3)y- & z+ & 2u & = & 3\\ 4x+ & (a-b-6)y- & (a-b)z+ & u & = & 9-a-b. \end{array}$$

3. Испитати линеарну зависност полинома p, q и r ако је

$$p(x)=3+2x+5x^2,\quad q(x)2+4x+7x^2,\quad r(x)=5+6x+\lambda x^2,\quad (\lambda\in R).$$

4. Доказати да је скуп свих решења хомогеног система линеарних алгебарских једначина векторски простор.

ПРВИ КОЛОКВИЈУМ ИЗ МАТЕМАТИКЕ 1 19.11.2000.

Група 2

1. Ако је $A=\{(a,b),\ a,b\in R,\ a^2+b^2=1\}$, и ако је операција $\star$ дефинисана са

$$(a,b)\star(c,d)=(ac-bd,ad+bc),$$

испитати да ли је $(A,\star)$ група.

2. У зависности од вредности реалног параметра a решити систем

$$\begin{array}{rrrrcl} x- & 2y+ & z+ & 3u & = & -1\\ x+ & (a-3)y+ & (a+3)z+ & 5u & = & -4\\ 2x+ & (a-5)y+ & (a^2+a+3)z+ & 8u & = & a-4. \end{array}$$

3. У векторском простору R^3 дати су вектори

$$a=(2,\lambda+2,5),\quad b=(3,7,8),\quad c=(1,-6,\lambda).$$

Испитати линеарну зависност вектора a, b и c, а затим за $\lambda=1$ вектор a изразити линеарно помоћу вектора b и c.

4. Крамерова теорема. Доказ.

ПРВИ КОЛОКВИЈУМ ИЗ МАТЕМАТИКЕ 1 19.11.2000.

Група 3

1. Ако је
$$A=\left\{\begin{pmatrix} a & b \\ 0 & c \end{pmatrix},\ a,b\in R,\ a\neq -1,\ c\neq -1\right\},$$
а операција $*$ дефинисана са $M_1 * M_2 = M_1 + M_2 + M_1\cdot M_2$. Доказати да је $(A,*)$ група и испитати да ли је Абелова.

2. У зависности од вредности реалних параметара a и b решити систем
$$\begin{array}{rcl} 2x-\ y+\ \ z+\ \ u &=& 3 \\ -x+\ y+\ 3z\qquad &=& 4 \\ 3x-\ y+\ 5z+\ au &=& b. \end{array}$$

3. Израчунати запремину пирамиде чија је основа $ABCD$ паралелограм са теменима $A(1,-1,0)$, $B(4,2,3)$, $D(2,-1,-1)$, а врх је тачка $V(2,1,0)$.

4. Крамерова теорема. Доказ.

ПРВИ КОЛОКВИЈУМ ИЗ МАТЕМАТИКЕ 1 19.11.2000.

Група 4

1. Ако је
$$A=\left\{\begin{pmatrix} a & 0 & c \\ 0 & b & 0 \\ 0 & 0 & a \end{pmatrix},\ a,b,c\in R,\ ab\neq 0\right\},$$
а операција $\cdot$ операција множења матрица, доказати да је $(A,\cdot)$ група и испитати да ли је Абелова.

2. У зависности од вредности реалних параметара a и b решити систем
$$\begin{array}{rcl} x+\ \ y-\ \ z+\ \ u &=& 2 \\ -x+\ 2y+\ \ z-\ 3u &=& -1 \\ 5x-\ \ y+\ 2z-\ 4u &=& 2 \\ ax+\ \ y+\ \ z-\ 3u &=& b. \end{array}$$

3. Израчунати висину из темена T паралелепипеда који образују радијус вектори $\vec{a}=(1,-4/3,-1)$, $\vec{b}=(2,-2/3,1)$ и $\vec{c}=(0,5,-2)$, где је T крај вектора $\vec{c}$.

4. Доказати да је скуп свих решења хомогеног система линеарних алгебарских једначина векторски простор.

ПРВИ КОЛОКВИЈУМ ИЗ МАТЕМАТИКЕ 1 19.11.2000.

Група 5

1. Ако је
$$A=\left\{\begin{pmatrix} x & y \\ -2y & x \end{pmatrix},\ x,y\in R,\ x^2+y^2\neq 0\right\},$$
а операција $\cdot$ операција множења матрица, испитати да ли је $(A,\cdot)$ група.

2. У зависности од вредности реалног параметра a решити систем
$$\begin{aligned} x-2y+3z-u&=1\\ 2x+y-z+2u&=0\\ -x+4y+2z&=5\\ 2x+3y+4z+u&=6\\ x+5y+z+au&=a+3. \end{aligned}$$

3. Дати су вектори $\vec{a}=\vec{i}-\vec{k}$, $\vec{b}=-2\vec{i}+\vec{j}+3\vec{k}$. Испитати да ли су вектори $\vec{a}+\vec{b}$, $\vec{a}-\vec{b}$ и $\vec{a}\times\vec{b}$ компланарни.

4. Доказати да регуларна квадратна матрица A има јединствену инверзну матрицу A^{-1} и да је $A^{-1}=\dfrac{adj\ A}{|A|}$.

ПРВИ КОЛОКВИЈУМ ИЗ МАТЕМАТИКЕ 1 19.11.2000.

Група 6

1. Ако је
$$A=\left\{\begin{pmatrix} x & y \\ 2y & x \end{pmatrix},\ a,b\in Q,\ x^2+y^2\neq 0\right\},$$
а операција $*$ множење матрица, испитати да ли је $(A,\cdot)$ група.

2. У зависности од вредности реалног параметра a решити матричну једначину
$$\begin{pmatrix} 2 & 3 & -1 \\ -2 & a & 1 \end{pmatrix}\cdot X=\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -5 & 1 \end{pmatrix}$$

3. Доказати да вектори $e_1=(3,5,-3)$, $e_2=(-1,0,2)$ и $e_3=(2,4,-1)$ чине базу у R^3 и изразити вектор $x=(3,0,0)$ помоћу вектора те базе.

4. Кронекер Капелијева теорема. Доказ.

ПРВИ КОЛОКВИЈУМ ИЗ МАТЕМАТИКЕ 1 19.11.2000.

Група 7

1. Ако је

$$A = \left\{ \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ a & ka \end{pmatrix} \ , \ a, k \in R, \ ak \neq 0 \right\},$$

а $\cdot$ множење матрица, доказати да је $(A, \cdot)$ група и испитати да ли је Абелова.

2. У зависности од вредности реалног параметра a решити систем

$$\begin{array}{rrrrcr} 2x - & y + & 3z + & 5u & = & 0 \\ 2x + & ay + & 4z + & (a+3)u & = & 2 \\ -x - & 2ay + & (a^2-7)z - & 2(a+3)u & = & a^2-3. \end{array}$$

3. Тачке $A(2,0,0)$, $B(0,3,0)$, $C(0,0,6)$ и $D(2,3,8)$ су темена тетраедра. Израчунати дужину висине тетраедра из темена D.

4. Доказати да регуларна квадратна матрица A има јединствену инверзну матрицу A^{-1} и да је $A^{-1} = \dfrac{adj\ A}{|A|}$.

ПРВИ КОЛОКВИЈУМ ИЗ МАТЕМАТИКЕ 1 19.11.2000.

Група 8

1. Ако је $A = R^2 \setminus \{(0,0)\}$ и ако је $*$ операција дефинисана са

$$(a_1, b_1) * (a_2, b_2) = (a_1 b_2 + a_2 b_1, b_1 b_2 - a_1 a_2),$$

доказати да је $(A, *)$ група и испитати да ли је Абелова.

2. Одредити матрицу X ако је $AX - B = X$, где је

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 0 \\ -1 & 4 & -2 \\ 0 & 5 & 2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 4 & 0 \\ -1 & -1 & -1 \\ -13 & 13 & -13 \end{pmatrix}.$$

3. Дати су вектори

$$\vec{a} = -\vec{i} + 3\vec{j} + m\vec{k}, \quad \vec{b} = m\vec{i} - 3\vec{j} - 4\vec{k}, \quad \vec{c} = -\vec{i} + 4\vec{j} + 2\vec{k}, \quad (m \in R).$$

Испитати компланарност вектора $\vec{a}$, $\vec{b}$ и $\vec{c}$, а затим за $m = 2$ изразити вектор $\vec{c}$ линеарно пмоћу вектора $\vec{a}$ и $\vec{b}$.

4. Кронекер Капелијева теорема. Доказ.

I-3651 24.11.2002

I КОЛОКВИЈУМ ИЗ МАТЕМАТИКЕ 1

Презиме и име :____________________________, број индекса: __________

1. Нека је $A=\left\{\begin{bmatrix} a & 0 & b \\ 0 & 0 & 0 \\ 2b & 0 & a \end{bmatrix}; a,b\in Q\right\}$ и "$\cdot$" множење матрица. Тада :

Операција "$\cdot$" а) је затворена јер важи ______________________________

б) није затворена јер је ______________________________

Операција "$\cdot$" а) је асоцијативна јер важи ______________________________

б) није асицијативна јер је ______________________________

Јединични елемент а) постоји и једнак је ______________________________

б) не постоји јер је ______________________________

За сваки елемент $a\in A$ инверзни елемент

а) постоји и једнак је ______________________________

б) не постоји јер је ______________________________

Операција "$\cdot$" а) је комутативна јер важи ______________________________

б) није комутативна јер је ______________________________

Структура $(A,\cdot)$ је а) групоид а није полугрупа

б) полугрупа без јединице

в) полугрупа са јединицом а није група

г) некомутативна група

д) Абел-ова група

2. Дата је матрична једначина $A\cdot X=B$, где је $A=\begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 3 & 2 & a \\ 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}$ и $B=\begin{bmatrix} b-3 \\ b-6 \\ 1 \end{bmatrix}$.

- Систем има једнопараметарску фамилију решења за $a=$ _____ и $b=$ _____
- Систем нема решења за $a=$ _____ и $b=$ _____
- За $a\neq 1$ и $b\in R$ решење система је $(x,y,z)=$ ______________________________

3. Дата су праве $p:\begin{cases} 2x-y+3z-4=0 \\ x+5y-2z-4=0 \end{cases}$ и тачка $A(0,-4,3)$.

- Канонски облик једначине праве p је $p:$ ____________________
- Растојање тачке A до праве p износи $d(A,p)=$ ______
- Једначина праве q, која садржи тачку A и паралелна је са правом p, гласи $q:$ ____________________
- Растојање правих p и q износи $d(p,q)=$ ______

I-4922

24.11.2002.

I КОЛОКВИЈУМ ИЗ МАТЕМАТИКЕ 1

Презиме и име :______________________________, број индекса: __________

1. Нека је $A=\left\{\begin{bmatrix} x & y \\ y & x \end{bmatrix}; x, y \in R, |x-1| \neq |y| \right\}$ и "$*$" операција дефинисана једнакошћу $X_1 * X_2 = (X_1 - E)\cdot(X_2 - E)$, где је E јединична матрица. Тада :

Операција "$*$" а) је затворена јер важи ______________________________

б) није затворена јер је ______________________________

Операција "$*$" а) је асоцијативна јер важи ______________________________

б) није асицијативна јер је ______________________________

Јединични елемент а) постоји и једнак је ______________________________

б) не постоји јер је ______________________________

За сваки елемент $x \in A$ инверзни елемент

а) постоји и једнак је ______________________________

б) не постоји јер је ______________________________

Операција "$*$" а) је комутативна јер важи ______________________________

б) није комутативна јер је ______________________________

Структура $(A,\cdot)$ је а) групоид а није полугрупа

б) полугрупа без јединице

в) полугрупа са јединицом а није група

г) некомутативна група

д) Абел-ова група

2. Дат је систем линеарних једначина :
$$\begin{aligned} 2x + y - z + 3u &= 2 \\ 4x + 5y + 5z + au &= b \\ x + 2y + 3z + u &= 1 \end{aligned}$$

- Систем има двопараметарску фамилију решења за $a=$_____ и $b=$_____
- Систем нема решења за $a=$_____ и $b=$_____
- За $a \neq 5$ и $b \in R$ решење система је $(x,y,z,u)=$______________________

3. Дата је раван $\pi : x+y+2z=0$, права $s: \dfrac{x-4}{1}=\dfrac{y+1}{\lambda}=\dfrac{z-4}{1}$ и тачка $A(2,1,3)$.

- Ако је угао између праве s и равни π једнак $60°$, вредност реалног параметара λ ($\lambda \leq 0$), износи $\lambda=$_____
- За добијено λ, пресек праве s и равни π је тачка S са координатама __________
- Растојање тачке A до тачке S износи $d(A,S)=$_____
- Растојање тачке A до равни π износи $d(A,\pi)=$_____

I-3793 24.11.2002

I КОЛОКВИЈУМ ИЗ МАТЕМАТИКЕ 1

Презиме и име :__________________________, број индекса: __________

1. Нека је $A=\left\{\begin{bmatrix} a & 0 \\ -a & 0\end{bmatrix}; a\in R\right\}$ и "+" и "·" операције сабирања и множења матрица. Тада :

Структура $(A,+)$ је а) полугрупа са неутралним елементом а није група јер важи ____

б) некомутативна група јер важи ____

в) Абел-ова група јер важи ____

Структура $(A\setminus 0,\cdot)$ је а) полугрупа са јединицом а није група јер важи ____

б) некомутативна група јер важи ____

в) Абел-ова група јер важи ____

Закон дистрибутивности а) важи јер је ______________________________

б) не важи јер је ____________________________

Структура $(A,+,\cdot)$ је а) није прстен јер је ____

б) прстен а није поље јер важи ____

в) поље јер важи ________________________________

2. Дат је систем линеарних једначина : $\begin{array}{rcrcrcl} 10x & + & (a+11)y & - & 2(a+9)z & = & a+31 \\ 4x & + & y & & & = & 11 \\ 2x & - & 5y & + & 11z & = & 0 \end{array}$.

- Систем има јединствено решење за $a =$ _____
- Систем нема решења за $a =$ _____
- За $a=2$ решење система је $(x,y,z)=$ ______________________________

3. Дате су равни $\alpha: x+z-5=0$ и $\beta: 2x+y-2z-5=0$ и права $p:\dfrac{x-4}{1}=\dfrac{y+1}{-1}=\dfrac{z-3}{\lambda}$.

- Једначина пресечне праве q, равни α и β, гласи q:____________________
- Ако је угао између праве p и равни α једнак $30°$, вредност реалног параметара λ ($\lambda \geq 0$), износи $\lambda =$ _____
- За добијено λ, координате пресечне тачке S, праве p и равни α, су :_______
- Растојање тачке S до равни β је $d(S,\beta)=$ _____

I-3484 24.11.2002.

I КОЛОКВИЈУМ ИЗ МАТЕМАТИКЕ 1

Презиме и име :____________________________, број индекса: ___________

1. Нека је $A=\left\{f_{a,b};\, f_{a,b}: x \to \dfrac{ax+b}{a-bx},\, a,b \in Q,\, a^2+b^2 \neq 0\right\}$ и "$\circ$" композиција пресликавања. Тада :

Операција "$\circ$" а) је затворена јер важи ____________________________________

б) није затворена јер је ____________________________________

Операција "$\circ$" а) је асоцијативна јер важи ____________________________________

б) није асицијативна јер је ____________________________________

Јединични елемент а) постоји и једнак је ____________________________________

б) не постоји јер је ____________________________________

За сваки елемент $a \in A$ инверзни елемент

а) постоји и једнак је ____________________________________

б) не постоји јер је ____________________________________

Операција "$\circ$" а) је комутативна јер важи ____________________________________

б) није комутативна јер је ____________________________________

Структура $(A,\circ)$ је а) групоид а није полугрупа

б) полугрупа без јединице

в) полугрупа са јединицом а није група

г) некомутативна група

д) Абел-ова група

2. Дат је систем линеарних једначина : $\begin{array}{rcrcrcrcr} 3x & + & y & + & z & + & u & = & 3 \\ 2x & - & y & + & z & & & = & 1 \\ x & + & 2y & & & + & u & = & 2 \\ 4x & + & 3y & + & (a^2-5a+1)z & + & 2u & = & a \end{array}.$

- Систем има једнопараметарску фамилију решења за $a \in$ ______________
- Систем нема решења за $a \in$ ______
- За $a=5$ решење система је $(x,y,z,u)=$ ____________________________________

3. Тачке $A(5,2,2)$, $B(4,4,1)$, $C(3,4,4)$ и $D(2,\text{-}1,3)$ су темена тетраедра $ABCD$.

- Једначина равни α, која садржи страну ABC, гласи α: __________________
- Једначина праве n, која садржи висину тетраедра из темена D на страну ABC, гласи n:___________________
- Подножје висине из темена D на страну ABC је тачка D' са координатама ___________
- Дужина висине из темена D на страну ABC износи $d=$ _____

I КОЛОКВИЈУМ ИЗ МАТЕМАТИКЕ 1

Презиме и име :__________________________, број индекса: __________

1. Нека је $A=\left\{\begin{bmatrix}0 & a\\ 0 & -a\end{bmatrix}; a\in Q\right\}$ и "+" и "·" операције сабирања и множења матрица. Тада :

Структура $(A,+)$ је а) полугрупа са неутралним елементом а није група јер важи ____

б) некомутативна група јер важи ____

в) Абел-ова група јер важи ____

Структура $(A\setminus 0,\cdot)$ је а) полугрупа са јединицом а није група јер важи ____

б) некомутативна група јер важи ____

в) Абел-ова група јер важи ____

Закон дистрибутивности а) важи јер је ______________________________________

б) не важи јер је ______________________________________

Структура $(A,+,\cdot)$ је а) није прстен јер је ____

б) прстен а није поље јер важи ____

в) поље јер важи ____

2. Дат је систем линеарних једначина : $\begin{array}{rcrcrcrcl} 5x & - & 3y & + & 2z & + & 4u & = & 3\\ 8x & - & 6y & - & z & - & 5u & = & 9\\ 7x & - & 3y & + & bz & + & 17u & = & a+2 \end{array}$.

- Систем има двопараметарску фамилију решења за $a=$_____ и $b=$_____
- Систем нема решења за $a=$_____ и $b=$_____
- За $b\neq 7$ и $a\in R$ решење система је $(x,y,z,u)=$____________________

3. Дата је тачка A(-3,11,3) и раван $\alpha : 2x-5y-z+4=0$.

- Вектор нормалан на раван α је $\vec{n}_\alpha=$____________
- Права n, која садржи тачку A и нормална је на раван α, има једначину n:__________________________
- Пресек праве n и равни α је тачка S са координатама : ____________
- Координате тачке B, која је симетрична тачки A у односу на раван α, су : ____________

II-7396 24.11.2002.

I КОЛОКВИЈУМ ИЗ МАТЕМАТИКЕ 1

Презиме и име :____________________________, број индекса: __________

1. Нека је $A=\left\{\begin{bmatrix} a & 5b \\ b & a\end{bmatrix}; a,b\in R\right\}$ и "$\cdot$" множење матрица. Тада :

Операција "$\cdot$" а) је затворена јер важи ____

б) није затворена јер је ____

Операција "$\cdot$" а) је асоцијативна јер важи ______________________________________

б) није асицијативна јер је ______________________________________

Јединични елемент а) постоји и једнак је ______________________________________

б) не постоји јер је ____

За сваки елемент $a\in A$ инверзни елемент

а) постоји и једнак је ____

б) не постоји јер је ____

Операција "$\cdot$" а) је комутативна јер важи ______________________________________

б) није комутативна јер је ____

Структура $(A,\cdot)$ је а) групоид а није полугрупа

б) полугрупа без јединице

в) полугрупа са јединицом а није група

г) некомутативна група

д) Абел-ова група

2. Дат је систем линеарних једначина : $\begin{array}{rcrcrcrcl} -2x & + & 3y & + & 2z & + & u & = & b-2 \\ 6x & + & (a-10)y & - & 4z & - & 3u & = & 6-2b \\ -4x & + & 7y & + & (a+2)z & + & 2u & = & 3b-4 \end{array}$

- Систем има једнопараметарско решење за $a=$_____ и $b=$_____
- Систем нема решења за $a=$_____ и $b=$_____
- За $a=0$, $b\in R$ решење система је $(x,y,z,u)=$____

3. Дата су праве $p:\dfrac{x-3}{5}=\dfrac{y+1}{3}=\dfrac{z-3}{7}$ и $q:\dfrac{x+1}{5}=\dfrac{y+3}{2}=\dfrac{z+2}{6}$.

- Једначина праве r, која сече праву q и паралелна је правој p, гласи r:______________________________
- Једначина равни α, која садржи праву q и паралелна је правој p, гласи α:______________________________
- Растојање праве p до равни α износи $d(p,\alpha)=$_____
- Растојање правих p и q износи $d(p,q)=$_____

I КОЛОКВИЈУМ ИЗ МАТЕМАТИКЕ 1

Презиме и име :________________________, број индекса: _________

1. Нека је $A=\left\{\begin{bmatrix} a & b \\ b & a \end{bmatrix}; a,b\in R,\ |a+1|\neq|b|\right\}$ и "$*$" операција дефинисана једнакошћу $X_1 * X_2=(X_1+E)\cdot(X_2+E)$, где је Eјединична матрица. Тада :

   Операција "$*$" а) је затворена јер важи ______________________________
   б) није затворена јер је ______________________________
   Операција "$*$" а) је асоцијативна јер важи ______________________________
   б) није асицијативна јер је ______________________________
   Јединични елемент а) постоји и једнак је ______________________________
   б) не постоји јер је ______________________________
   За сваки елемент $a\in A$ инверзни елемент
   а) постоји и једнак је ______________________________
   б) не постоји јер је ______________________________
   Операција "$*$" а) је комутативна јер важи ______________________________
   б) није комутативна јер је ______________________________
   Структура $(A,\cdot)$ је а) групоид а није полугрупа
   б) полугрупа без јединице
   в) полугрупа са јединицом а није група
   г) некомутативна група
   д) Абел-ова група

2. Дат је систем линеарних једначина : $\begin{array}{rcrcrcrcr} x & + & y & - & 2z & - & 3u & = & 2 \\ x & + & 5y & - & z & + & u & = & 3 \\ -2x & + & 2y & + & 5z & + & 10u & = & -3 \\ 3x & + & 7y & - & 5z & + & (a^2-14)u & = & a+4 \end{array}$.

   - Систем има двопараметарску фамилију решења за $a=$____
   - Систем нема решења за $a=$____
   - За $a^2\neq 9$ решење система је $(x,y,z,u)=$______________________________

3. Дата је раван $\alpha: 2x+y-z+1=0$, права $p:\dfrac{x-3}{1}=\dfrac{y}{\lambda}=\dfrac{z-1}{1}$ и тачка $A(2,-1,4)$.

   - Ако је права p паралелна равни α, вредност реалног параметара λ је _____
   - За добијено λ, једначина праве q, која садржи тачку A и паралелна је правој p, гласи q:______________________________
   - Једначина праве n, која садржи тачку A и нормална је на раван α, гласи n: ______________________________
   - Једначина равни β, која садржи тачку A, паралелна је правој p и нормална је на раван α, гласи β :______________________________

II-7168 24.11.2002

I КОЛОКВИЈУМ ИЗ МАТЕМАТИКЕ 1

Презиме и име :___________________________, број индекса: __________

1. Нека је $A = \left\{ \begin{bmatrix} a & 0 & a \\ 0 & b-1 & 0 \\ a & 0 & a \end{bmatrix}; a,b \in R, b \neq 1 \right\}$ и "$\cdot$" множење матрица. Тада :

Операција "$\cdot$" а) је затворена јер важи ____________________________________
б) није затворена јер је ____________________________________
Операција "$\cdot$" а) је асоцијативна јер важи _________________________________
б) није асицијативна јер је _________________________________
Јединични елемент а) постоји и једнак је _________________________________
б) не постоји јер је ______________________________________
За сваки елемент $a \in A$ инверзни елемент
а) постоји и једнак је _______________________________________
б) не постоји јер је ____
Операција "$\cdot$" а) је комутативна јер важи _________________________________
б) није комутативна јер је _________________________________
Структура $(A,\cdot)$ је а) групоид а није полугрупа
б) полугрупа без јединице
в) полугрупа са јединицом а није група
г) некомутативна група
д) Абел-ова група

2. Дат је систем линеарних једначина $\begin{array}{rcrcrcr} x & + & 2y & + & 3z & = & -1 \\ -x & + & y & + & 2z & = & 1 \\ 2x & + & y & + & az & = & -2 \\ -x & + & 4y & + & 7z & = & a^2 \end{array}$.

- Систем има јединствено решење за $a =$ ____
- Систем нема решења за $a =$ ____
- За $a = 1$ решење система је $(x, y, z) =$ ____________________________________

3. Дата су праве $p : \begin{cases} 2x - y - z = 0 \\ 3y - z + 2 = 0 \end{cases}$ и $q : \dfrac{x-1}{-2} = \dfrac{y+1}{1} = \dfrac{z+3}{\lambda}$.

- Канонски облик једначине праве p је p :________________________
- Ако се праве p и q секу вредност реалног параметра λ је _____
- За нађено λ једначина равни α , коју граде праве p и q , гласи α :___
____
- Растојање координатног почетка до равни α износи $d(O,\alpha) =$ _____

2003

5801 22.11.2003.

II KOLOKVIJUM IZ MATEMATIKE 1

Ime i prezime: ______________________________________ broj indeksa: ___________

1. Neka je $\mathbf{A} = \mathbf{Z} \times \mathbf{Q}$ i operacija * definisana sa $(a,b) * (c,d) = (a+c, 2^c b + d)$, ispitati koja od sledećih svojstava važe za strukturu $(A,*)$

- Zatvorenost _________, jer je ____

____

- Asocijativnost _______, jer je ____

- Neutralni element ____

- Inverzni element ____

- Komutativnost ________, jer je ____

Struktura $(A,\cdot)$ je _________________________ .

2. Sistem linearnih jednačina

$$\begin{array}{rcrcrcrcl} 6x & + & 3y & + & 4z & - & bu & = & 4 \\ 3x & + & by & + & 5z & - & 2u & = & 1 \\ 9x & + & 2y & + & 3z & - & 6u & = & a+b \end{array}$$

gde su a i b realni parametri, ima

- jednoparametarsko rešenje, za ___________________________
- dvoparametarsko rešenje, za ____________________________
- nema rešenja, za _______________________________________

3. Data su prave $p: \begin{cases} 2x - y + 3z + 8 = 0 \\ x + 2y - 5z - 19 = 0 \end{cases}$ i $q: \dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y-3}{a} = \dfrac{z+7}{10}$. Tada je

- kanonski oblik prave p: ____
- $a =$ _________ tako da se prave p i q seku
- ravni α određena pravama p i q je: _________________________________

4. Neka je A kvadratna regularna matrica. Dokazati da je $A^{-1} = \dfrac{1}{\det A} \cdot adj(A)$.

5702 22.11.2003

I

~~II~~ KOLOKVIJUM IZ MATEMATIKE 1

Ime i prezime: ______________________________ broj indeksa: __________

30

1. Neka je $\mathbf{A} = \{x \mid -1 < x < 1, x \in \mathbf{R}\}$ i operacija * definisana sa $x * y = \dfrac{x+y}{1+xy}$, ispitati koja od sledećih svojstava važe za strukturu $(A,*)$

- Zatvorenost ________, jer je ______________________________

____

- Asocijativnost ________, jer je ______________________________
- Neutralni element ______________________________
- Inverzni element ______________________________
- Komutativnost ________, jer je ______________________________

Struktura $(A,*)$ je ______________________ .

20

2. Sistem linearnih jednačina

$$\begin{array}{rcrcrcrcl} 2x & + & y & - & \cancel{a}^2 z & + & u & = & b-1 \\ 4x & + & 2y & - & (3b-b^2)z & + & 2u & = & b \\ 4x & - & y & + & z & + & 2u & = & -2 \end{array}$$

gde je b realni parametar, ima

- jednoparametarsko rešenje, za ______________________
- dvoparametarsko rešenje, za ______________________
- nema rešenja, za ______________________

30

3. Data je prava $p: \begin{cases} x+y-3z+2=0 \\ 2x-3y+5z-2=0 \end{cases}$ i tačke $A(-1,-5,4)$ i $B(4,-7,1)$. Tada je

- prava p u kanonskom obliku: ______________________
- tačka $C \in p$ podjednako udaljena od tačaka A i B: ______________________
- ravni α određena tačkama A, B i C je: ______________________

20

4. Neka je A kvadratna regularna matrica. Dokazati da je $A^{-1} = \dfrac{1}{\det A} \cdot adj(A)$.

5603 22.11.2003.

I

~~II~~ KOLOKVIJUM IZ MATEMATIKE 1

Ime i prezime: ______________________________ broj indeksa: ____________

1. Neka je $\mathbf{A} = \mathbf{Z} \times \mathbf{Z}$ i operacija * definisana sa $(a,b) * (c,d) = (a+c, (-1)^c b + d)$, ispitati koja od sledećih svojstava važe za strukturu $(A,*)$

- Zatvorenost ________, jer je ______________________________

____

- Asocijativnost ________, jer je ______________________________

- Neutralni element ______________________________

- Inverzni element ______________________________

- Komutativnost ________, jer je ______________________________

Struktura $(A,\cdot)$ je ____________________ .

2. Sistem linearnih jednačina

$$\begin{array}{ccccccc} x & + & a^2 y & + & a^2 z & = & a^2 \\ x & + & ay & + & a^2 z & = & 1 \\ x & + & ay & + & az & = & a \end{array}$$

gde je a realni parametar, ima

- jedinstveno rešenje, za ____________________
- dvoparametarsko rešenje, za ____________________
- nema rešenja, za ____________________

3. Date su ravni $\alpha: 2x - y + 2z - 6 = 0$, $\beta: 3x - y + 4z - 8 = 0$ i tačka $A(3,-1,5)$. Tada je

- presečna prava p ravni α i β je: ______________________________

- ravan γ koja sadrži pravu p i tačku A je: ______________________________

- ugao između ravni α i γ je: ______________________________

4. Kramerova teorema. Dokaz.

5504 I 22.11.2003.

~~II~~ KOLOKVIJUM IZ MATEMATIKE 1

Ime i prezime: ____ broj indeksa: ____________

1. Ako je $A=\left\{\begin{bmatrix} x & 2y \\ 3y & x \end{bmatrix} \;\middle|\; x,y\in \mathbf{Q}\right\}$, a $\cdot$ operacija množenja matrica, ispitati koja od sledećih svojstava važe za strukturu $(A,\cdot)$

- Zatvorenost _________, jer je ____

____

- Asocijativnost _______, jer je ____
- Neutralni element ____
- Inverzni element ____
- Komutativnost ________, jer je ____

Struktura $(A,\cdot)$ je ______________________ .

2. Sistem linearnih jednačina

$$\begin{array}{rcrcrcrcl} 3x & + & y & - & z & + & 3u & = & 1 \\ 6x & + & 2y & + & 5z & + & (b-1)u & = & 5 \\ (2b+1)x & + & 3y & + & 4z & + & 6u & = & a^2+2 \end{array}$$

gde je a realni parametar, ima

- jednoparametarsko rešenje, za _________________________
- dvoparametarsko rešenje, za __________________________
- nema rešenja, za _________________________________

3. Date su tačke $A(2,1,3), B(1,2,2), C(2,2,0)$.

- prava p određena tačkama A i B je: ________________________________
- tačka C' simetrična tački C u odnosu na pravu p je: __________________
- ravan α određena tačkom C i pravom p je: ___________________________

4. Kramerova teorema. Dokaz.

5405 I 22.11.2003.

~~II~~ KOLOKVIJUM IZ MATEMATIKE 1

Ime i prezime: ____________________________________ broj indeksa: ____________

1. Ako je $A = \left\{ \begin{bmatrix} a & 2b \\ 3b & a \end{bmatrix} \mid a, b \in \mathbf{R}, a^2 \neq 6b^2 \right\}$, a $\cdot$ operacija množenja matrica, ispitati koja od sledećih svojstava važe za strukturu $(A, \cdot)$

- Zatvorenost ________, jer je ______________________________________

____

- Asocijativnost _______, jer je ______________________________________
- Neutralni element ____
- Inverzni element ____
- Komutativnost ________, jer je _____________________________________

Struktura $(A, \cdot)$ je ______________________ .

2. Sistem linearnih jednačina

$$\begin{array}{rcrcrcrcl} 2x & - & y & + & 4z & + & u & = & -2 \\ x & + & y & + & 2z & - & u & = & a-1 \\ 2x & + & 2y & + & 4z & + & (a^2-3a)u & = & a \end{array}$$

gde je a realni parametar, ima

- jednoparametarsko rešenje, za _________________________
- dvoparametarsko rešenje, za __________________________
- nema rešenja, za ___________________________________

3. Date su tačke $A(1,-1,7), B(-3,0,1), C(0,-6,7)$.

- jednačina ravni α koja sadrži tačke A, B, C je: ____________________________
- jednačina prave p koja sadrži B i C je: ________________________________
- tačka A' simetrična tački A u odnosu na pravu p je: ________________________

4. Kramerova teorema. Dokaz.

5306 I 22.11.2003.

II KOLOKVIJUM IZ MATEMATIKE 1

Ime i prezime: ________________________________ broj indeksa: ____________

1. Ako je $A=\left\{\begin{bmatrix} c & 0 & -c \\ 0 & 1 & 0 \\ -c & 0 & c \end{bmatrix} \middle| c \in \mathbf{R}\right\}$, a $\cdot$ operacija množenja matrica, ispitati koja od sledećih svojstava važe za strukturu $(A,\cdot)$

- Zatvorenost __________, jer je ______________________________

____

- Asocijativnost ________, jer je ______________________________
- Neutralni element ______________________________
- Inverzni element ______________________________
- Komutativnost ________, jer je ______________________________

Struktura $(A,\cdot)$ je ____________________.

2. Sistem linearnih jednačina

$$\begin{array}{ccccccccc} 2x & + & 5y & + & (a-1)z & + & 6u & = & 5 \\ x & - & y & + & 3z & + & 3u & = & 1 \\ 3x & + & 4y & + & 6z & + & (2a+1)u & = & b^2+2 \end{array}$$

gde su a i b realni parametri, ima

- jednoparametarsko rešenje, za ____________________
- dvoparametarsko rešenje, za ____________________
- nema rešenja, za ____________________

3. Date su tačke $A(1,3,2), B(2,1,5), C(2,-1,5), D(4,0,1)$.

- jednačina ravni α koja sadrži tačke A,B,C je: ____________________
- jednačina prave n koja sadrži tačku D i normalna je na ravan α : ____________________
- tačka D' simetrična tački D u odnosu na ravan α je: ____________________

4. Kroneker–Kapelijeva teorema. Dokaz.

5207 22.11.2003.

I

II KOLOKVIJUM IZ MATEMATIKE 1

Ime i prezime: ______________________________ broj indeksa: __________

1. Ako je $A=\left\{\begin{bmatrix} x & 0 & y \\ 0 & x+y & 0 \\ y & 0 & x \end{bmatrix} \;\middle|\; x,y\in\mathbf{R}, |x|\neq|y|\right\}$, a $\cdot$ operacija množenja matrica, ispitati koja od sledećih svojstava važe za strukturu $(A,\cdot)$

- Zatvorenost __________, jer je ______________________________

____

- Asocijativnost __________, jer je ______________________________
- Neutralni element ______________________________
- Inverzni element ______________________________
- Komutativnost __________, jer je ______________________________

Struktura $(A,\cdot)$ je ______________________________.

2. Sistem linearnih jednačina

$$\begin{array}{rcrcrcrcl}
-3x & - & 5y & - & 5z & - & (4a+14)u & = & 5-6b \\
x & + & 2y & + & 3z & + & (a+4)u & = & 2b-1 \\
2x & + & 2y & - & 2z & + & (2a+15)u & = & 5b-1 \\
x & + & 7y & + & 23z & - & 12u & = & -1
\end{array}$$

gde su a i b realni parametri, ima

- jednoparametarsko rešenje, za ______________________________
- dvoparametarsko rešenje, za ______________________________
- nema rešenja, za ______________________________

3. Date su tačke $A(2,1,3), B(1,2,2), C(2,2,0)$.

- prava p određena tačkama A i B je: ______________________________
- ravan α koja sadrži tačku C i normalna je na pravu p je: ______________________________
- rastojanje koordinatnog početka od prave p je: ______________________________

4. Kroneker–Kapelijeva teorema. Dokaz.

5108 22.11.2003.

I

II KOLOKVIJUM IZ MATEMATIKE 1

Ime i prezime: ______________________________ broj indeksa: __________

1. Ako je $A=\left\{\begin{bmatrix} a & 0 & -a \\ 0 & 1 & 0 \\ -a & 0 & a \end{bmatrix} \;\middle|\; a\in(0,+\infty)\right\}$, a $\cdot$ operacija množenja matrica, ispitati koja od sledećih svojstava važe za strukturu $(A,\cdot)$

- Zatvorenost ________, jer je ______________________________

____

- Asocijativnost ________, jer je ______________________________
- Neutralni element ______________________________
- Inverzni element ______________________________
- Komutativnost ________, jer je ______________________________

Struktura $(A,\cdot)$ je ____________________.

2. Sistem linearnih jednačina

$$3x+9y-6z+2u=a+b$$
$$4x+6y-az+3u=4$$
$$5x+3y-2z+au=1$$

gde su a i b realni parametri, ima

- jednoparametarsko rešenje, za ____________________
- dvoparametarsko rešenje, za ____________________
- nema rešenja, za ____________________

3. Date su tačke $A(1,-2,1), B(2,-4,4), C(2,1,0), D(4,2,-2)$.

- površina ΔABC iznosi: ____________________
- zapremina tetraedra $ABCD$ iznosi: ____________________
- visina iz temena D, tetraedra $ABCD$ iznosi: ____________________

4. Kroneker–Kapelijeva teorema. Dokaz.

grupa 1 27.11.2004.

I KOLOKVIJUM IZ MATEMATIKE I

Ime i prezime: ________________________________ broj indeksa: ____________

1. Neka je $A = Q \times Z$ i operacija $*$ definisana sa $(a,b)*(c,d) = (a+2^b c, b+d)$, ispitati koja od sledećih svojstava važe za strukturu $(A,*)$

- Zatvorenost ________, jer je ________________________________

  ____

- Asocijativnost ________, jer je ________________________________

- Neutralni element ________________________________

- Inverzni element ________________________________

- Komutativnost ________, jer je ________________________________

Struktura $(A,*)$ je ________________.

2. Sistem linearnih jednačina

$$3x+9y-6z+2u=a+b$$
$$4x+6y-az+3u=4$$
$$5x+3y-2z+au=1$$

, gde su a i b realni parametri, ima

- jednoparametarsko rešenje, za ____________, oblika ________________________________

  ____

- dvoparametarsko rešenje, za ____________, oblika ________________________________

  ____

- nema rešenja, za ____________.

$\beta: x-2y-2z-9=0$

3. Date su prava $p: \dfrac{x}{2} = \dfrac{y+1}{3} = \dfrac{z-1}{2}$ i ravan $\alpha: 2x-y+3z+1=0$. Tada :

- tačka $\{A\} = p \cap \alpha$ ima koordinate : ________________________________
- rastojanje tačke A od ~~prave~~ RAVNI β iznosi $d(A,\beta) =$ ________________________________.

4. Kroneker–Kapelijeva teorema. Iskaz.

grupa 2 27.11.2004.

I KOLOKVIJUM IZ MATEMATIKE 1

Ime i prezime: ______________________________ broj indeksa: __________

1. Ako je $A=\left\{\begin{bmatrix} x & -y \\ 2y & x \end{bmatrix} \;\middle|\; x,y\in R\right\}$, a $\cdot$ operacija množenja matrica, ispitati koja od sledećih svojstava važe za strukturu $(A,\cdot)$

- Zatvorenost ________, jer je ______________________________

- Asocijativnost ________, jer je ______________________________
- Neutralni element ______________________________
- Inverzni element ______________________________

- Komutativnost ________, jer je ______________________________

Struktura $(A,\cdot)$ je ____________________.

2. Sistem linearnih jednačina

$$\begin{array}{rcrcrcrl} -3x & - & 5y & - & 5z & - & (4a+14)u & =5-6b \\ x & + & 2y & + & 3z & + & (a+4)u & =2b-1 \\ 2x & + & 2y & - & 2z & + & (2a+15)u & =5b-1 \end{array}$$

, gde su a i b realni parametri, ima

- jednoparametarsko rešenje, za ________, oblika ______________________________
- dvoparametarsko rešenje, za ________, oblika ______________________________
- nema rešenja, za ______________________________

3. Date su tačke $A(2,1,3), B(1,2,2), C(2,2,0)$.

- prava p određena tačkama A i B je: ______________________________
- ravan α koja sadrži tačku C i normalna je na pravu p je: ____________________
- rastojanje koordinatnog početka od prave p je: ____________________

4. Kramerova teorema. Iskaz.

grupa 3 27.11.2004.

I KOLOKVIJUM IZ MATEMATIKE 1

Ime i prezime: ______________________________ broj indeksa: ____________

1. Neka je $\mathbf{A} = \mathbf{Z} \times \mathbf{Z}$ i operacija $*$ definisana sa $(a,b)*(c,d) = (ac+3bd, ad+bc)$, ispitati koja od sledećih svojstava važe za strukturu $(A,*)$

- Zatvorenost ________, jer je ______________________________

____

- Asocijativnost _______, jer je ______________________________

- Neutralni element ______________________________

- Inverzni element ______________________________

- Komutativnost ________, jer je ______________________________

Struktura $(A,*)$ je ____________________.

2. Sistem linearnih jednačina

$$\begin{array}{ccccccccc} 2x & + & 5y & + & (a-1)z & + & 6u & = & 5 \\ x & - & y & + & 3z & + & 3u & = & 1 \\ 3x & + & 4y & + & 6z & + & (2a+1)u & = & b^2+2 \end{array}$$

, gde su a i b realni parametri, ima

- jednoparametarsko rešenje, za ________, oblika ______________________
- dvoparametarsko rešenje, za ________, oblika ______________________
- nema rešenja, za ________________.

3. Date su tačke $A(1,3,2), B(2,1,5), C(2,-1,5), D(4,0,1)$.

- jednačina ravni α koja sadrži tačke A, B, C je: ______________________
- jednačina prave n koja sadrži tačku D i normalna je na ravan α : ______________
- tačka F simetrična tački D u odnosu na ravan α je: ______________________

4. Linearna zavisnost i linearna nezavisnost vektora. Osnovne definicije.

grupa 4 27.11.2004.

I KOLOKVIJUM IZ MATEMATIKE 1

Ime i prezime: ______________________________ broj indeksa: __________

1. Ako je $A=\left\{\begin{bmatrix} x & 2y \\ 7y & x \end{bmatrix} \mid x,y\in \mathrm{R}, x^2\neq 14y^2\right\}$, a $\cdot$ operacija množenja matrica, ispitati koja od sledećih svojstava važe za strukturu $(A,\cdot)$

- Zatvorenost __________ , jer je ______________________________

- Asocijativnost __________ , jer je ______________________________

- Neutralni element ______________________________

- Inverzni element ______________________________

- Komutativnost __________ , jer je ______________________________

Struktura $(A,\cdot)$ je ____________________ .

2. Sistem linearnih jednačina

$$\begin{array}{rcrcrcrl} 3x & + & (a+4)y & + & 2z & + & u & =2b-1 \\ -2x & + & (2a+15)y & + & 2z & + & 2u & =5b-1 \\ -5x & - & (4a+14)y & - & 5z & - & 3u & =5-6b \end{array}$$

, gde su a i b realni parametri, ima

- jednoparametarsko rešenje, za __________ , oblika ______________________________
- dvoparametarsko rešenje, za __________ , oblika ______________________________
- nema rešenja, za ______________________________

3. Data je prava $p:\begin{cases} x+y-3z+2=0 \\ 2x-3y+5z-2=0 \end{cases}$ i tačke $A(-1,-5,4)$ i $B(4,-7,1)$. Tada je

- prava p u kanonskom obliku: ______________________________

- tačka $C\in p$ podjednako udaljena od tačaka A i B: ______________________________

4. Inverzna matrica. Osnovne definicije i tvrdjenja (bez dokaza) .

grupa 5 27.11.2004.

I KOLOKVIJUM IZ MATEMATIKE 1

Ime i prezime: ______________________________ broj indeksa: ____________

1. Ako je $A=\left\{\begin{bmatrix} x & 2y \\ 5y & x \end{bmatrix} \mid x,y\in \mathrm{R}, x^2\neq 10y^2\right\}$, a $\cdot$ operacija množenja matrica, ispitati koja od sledećih svojstava važe za strukturu $(A,\cdot)$

- Zatvorenost __________, jer je ______________________________

- Asocijativnost ________, jer je ______________________________

- Neutralni element ______________________________

- Inverzni element ______________________________

- Komutativnost __________, jer je ______________________________

Struktura $(A,\cdot)$ je ______________________ .

2. Sistem linearnih jednačina

$$\begin{array}{rcrcrcrcr} a^2x & + & 3y & + & 5z & + & 2u & = & -1 \\ 4x & - & y & + & 2z & + & u & = & a \\ 3x & - & 6y & + & z & + & u & = & 10 \end{array}$$

, gde je a realni parametar, ima

- jednoparametarsko rešenje, za ______ oblika ______________________________
- dvoparametarsko rešenje, za ______ oblika ______________________________
- nema rešenja, za __________ .

3. Date su tačke $A(2,1,-1), M(0,-5,0), N(2,-3,4), P(-2,-1,-1)$.

- jednačina ravni α koja sadrži tačke M,N,P je: ______________________
- tačka B simetrična tački A u odnosu na ravan α je: ______________________

4. Kramerova teorema. Iskaz.

grupa 6

27.11.2004.

I KOLOKVIJUM IZ MATEMATIKE 1

Ime i prezime: ______________________________ broj indeksa: __________

1. Neka je $A = Z \times Z$ i operacija $*$ definisana sa $(a,b)*(c,d)=(a+(-1)^b c, b+d)$, ispitati koja od sledećih svojstava važe za strukturu $(A,*)$

- Zatvorenost ________, jer je ______________________________

____

- Asocijativnost ________, jer je ______________________________

- Neutralni element ______________________________

- Inverzni element ______________________________

- Komutativnost ________, jer je ______________________________

Struktura $(A,*)$ je ____________________.

2. Sistem linearnih jednačina

$$\begin{array}{rcrcrcrcl} 6x & - & (a-3)y & + & 2bz & + & u & = & 4-2a \\ 4x & + & 2y & - & 3z & + & u & = & 1 \\ 4x & + & 2y & + & (b-1)z & + & u & = & a \end{array}$$

gde su a i b realni parametri, ima

- jednoparametarsko rešenje, za ________ oblika ______________________
- dvoparametarsko rešenje, za ________ oblika ______________________
- nema rešenja, za ______________.

3. Date su ravni $\alpha: 2x-y+2z-6=0$, $\beta: 3x-y+4z-8=0$ i tačka $A(3,-1,5)$. Tada je

- presečna prava p ravni α i β je: ______________________________
- projekcija tačke A na pravu p je: ______________________________

4. Linearna zavisnost i linearna nezavisnost vektora. Osnovne definicije.

grupa 7 27.11.2004.

I KOLOKVIJUM IZ MATEMATIKE I

Ime i prezime: ____ broj indeksa: ______________

1. Ako je $A=\left\{\begin{bmatrix} x & -y \\ 2y & x \end{bmatrix} \;\|\; x,y\in R, x^2+y^2\neq 0\right\}$, a $\cdot$ operacija množenja matrica, ispitati koja od sledećih svojstava važe za strukturu $(A,\cdot)$

- Zatvorenost __________, jer je ____

- Asocijativnost ________, jer je ____

- Neutralni element ____

- Inverzni element ____

- Komutativnost _________, jer je ____

Struktura $(A,\cdot)$ je __________________________ .

2. Sistem linearnih jednačina

$$\begin{array}{rcrcrcrcr} x & + & 4y & - & z & + & 2u & = & a \\ 2x & + & a^2y & + & 3z & + & 5u & = & -1 \\ x & + & 3y & - & 6z & + & u & = & 10 \end{array}$$

, gde je a realni parametar, ima

- jednoparametarsko rešenje, za _____ oblika ______________________________________
- dvoparametarsko rešenje, za _____ oblika ______________________________________
- nema rešenja, za ________ .

3. Date su tačke $A(2,1,-1), M(1,-4,2), N(-3,2,-1), P(-4,1,-3)$.

- jednačina ravni α koja sadrži tačke M,N,P je ______________________________

- tačka B simetrična tački A u odnosu na ravan α je __________________________

4. Kroneker-Kapelijeva teorema. Iskaz.

grupa 8 27.11.2004.

I KOLOKVIJUM IZ MATEMATIKE 1

Ime i prezime: ______________________________ broj indeksa: ____________

1. Neka je $A = Z \times Z$ i operacija * definisana sa $(a,b)*(c,d) = (a + 2^b c, b + d)$, ispitati koja od sledećih svojstava važe za strukturu $(A,*)$

- Zatvorenost ________, jer je ______________________________
- Asocijativnost ________, jer je ______________________________
- Neutralni element ______________________________
- Inverzni element ______________________________
- Komutativnost ________, jer je ______________________________

Struktura $(A,*)$ je ____________________ .

2. Sistem linearnih jednačina

$$\begin{array}{rcccccccc} (b-1)x & + & y & + & 2z & + & 4u & = & a \\ -3x & + & y & + & 2z & + & 4u & = & 1 \\ 2bx & + & y & + & (3-a)z & + & 6u & = & 4-2a \end{array}$$

, gde su a i b realni parametri, ima

- jednoparametarsko rešenje, za ________ oblika ______________________________
- dvoparametarsko rešenje, za ________ oblika ______________________________
- nema rešenja, za ______________ .

3. Data su prave $p: \begin{cases} 2x - y + 3z + 8 = 0 \\ x + 2y - 5z - 19 = 0 \end{cases}$ i $q: \dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y-3}{a} = \dfrac{z+7}{10}$. Tada je

- kanonski oblik prave p: ______________________________
- $a =$ ________ tako da se prave p i q seku
- ravan α određena pravama p i q je: ______________________________

4. Inverzna matrica. Osnovne definicije i tvrdjenja (bez dokaza) .

grupa 1 12.11.2005.

I KOLOKVIJUM IZ MATEMATIKE 1

Ime i prezime: ______________________________ broj indeksa: __________

1. Ako je $A=\left\{\begin{bmatrix} x & 3y \\ 7y & x \end{bmatrix} \mid x,y\in R, x^2\neq 21y^2\right\}$, a $\cdot$ operacija množenja matrica, ispitati koja od sledećih svojstava važi za strukturu $(A,\cdot)$

- Zatvorenost ________, jer je ______________________________

- Asocijativnost ________, jer je ______________________________
- Neutralni element ______________________________

- Inverzni element ______________________________

- Komutativnost ________, jer je ______________________________

Struktura $(A,\cdot)$ je ______________________.

2. Sistem linearnih jednačina

$$\begin{aligned} (2a+1)x &+ 3y &+ 4z &+ 6u &&= b^2+2 \\ 6x &+ 2y &+ 5z &+ (a-1)u &&= 5 \\ 3x &+ y &- z &+ 3u &&= 1 \end{aligned}$$

, gde su a i b realni parametri, ima

- jednoparametarsko rešenje, za __________, oblika ______________________________

____

- dvoparametarsko rešenje, za __________, oblika ______________________________

____

- nema rešenja, za __________.

u $M(0,-2,1)$

3. Date su prava $p:\frac{x}{2}=\frac{y+1}{3}=\frac{z-1}{2}$ i ravan $\alpha: 2x-y+3z+1=0$. Tada :

- tačka $\{A\}=p\cap\alpha$ ima koordinate : ______________________________
- rastojanje tačke ~~A~~ M od prave p iznosi $d(M,p)=$ ______________________________.
- neka su date prava $l:\frac{x-x_0}{l}=\frac{y-y_0}{m}=\frac{z-z_0}{n}$ i ravan $\alpha: Ax+By+Cz+D=0$. Navesti uslove pod kojima će prava l biti paralelna ravni α: ______________________________

grupa 2 22.11.2005.

I KOLOKVIJUM IZ MATEMATIKE I

Ime i prezime: ______________________________ broj indeksa: __________

1. Ako je $A=\left\{\begin{pmatrix} x & 0 & -x \\ 0 & 1 & 0 \\ -x & 0 & x \end{pmatrix} \;\middle|\; x\in(0,+\infty)\right\}$, a $\cdot$ operacija množenja matrica, ispitati koja od sledećih svojstava važe za strukturu $(A,\cdot)$

- Zatvorenost __________, jer je ______________________________

- Asocijativnost __________, jer je ______________________________
- Neutralni element ______________________________

- Inverzni element ______________________________

- Komutativnost __________, jer je ______________________________

Struktura $(A,\cdot)$ je __________.

2. Sistem linearnih jednačina

$$\begin{array}{rcrcrcrl} -3x & + & y & - & 2z & + & u & =2 \\ (a^2-14)x & - & y & - & 5z & + & 3u & =a+4 \\ 10x & - & 6y & + & 5z & - & 2u & =-3 \end{array}$$

, gde je a realni parametar, ima

- jednoparametarsko rešenje, za __________, oblika ______________________________
- dvoparametarsko rešenje, za __________, oblika ______________________________
- nema rešenja, za ______________________________

3. Date su tačke $A(2,1,3), B(1,2,2), C(2,2,0)$.

- prava p određena tačkama A i B je: ______________________________
- ravan α koja sadrži tačku C i normalna je na pravu p je: ______________________________
- rastojanje koordinatnog početka od prave p je: ______________________________
- neka su date prava $l: \dfrac{x-x_0}{l}=\dfrac{y-y_0}{m}=\dfrac{z-z_0}{n}$ i ravan $\alpha: Ax+By+Cz+D=0$. Navesti uslove pod kojima će prava l pripadati ravni α: ______________________________

grupa 3 12.11.2005.

I KOLOKVIJUM IZ MATEMATIKE 1

Ime i prezime: ______________________ broj indeksa: __________

1. Ako je $A=\left\{\begin{bmatrix} x & 5y \\ 2y & x \end{bmatrix} \;\middle|\; x,y\in R,\, x^2\neq 10y^2\right\}$, a $\cdot$ operacija množenja matrica, ispitati koja od sledećih svojstava važe za strukturu $(A,\cdot)$

- Zatvorenost ________, jer je ______________________

- Asocijativnost ________, jer je ______________________
- Neutralni element ______________________

- Inverzni element ______________________

- Komutativnost ________, jer je ______________________

Struktura $(A,\cdot)$ je ______________________ .

2. Sistem linearnih jednačina

$$\begin{array}{rcrcrcrcl} 3x & + & (a^2-14)y & - & 5z & + & 7u & = & a+4 \\ -2x & + & 10y & + & 5z & + & 2u & = & -3 \\ x & + & y & - & z & + & 5u & = & 3 \end{array}$$

, gde je a realni parametar, ima

- jednoparametarsko rešenje, za ________, oblika ______________________
- dvoparametarsko rešenje, za ________, oblika ______________________
- nema rešenja, za ______________________ .

3. Date su tačke $A(1,3,2), B(2,1,5), C(2,-1,5), D(4,0,1)$.

- jednačina ravni α koja sadrži tačke A,B,C je: ______________________
- jednačina prave n koja sadrži tačku D i normalna je na ravan α : ______________________
- tačka F simetrična tački D u odnosu na ravan α je: ______________________
- neka su date prava $l:\dfrac{x-x_0}{l}=\dfrac{y-y_0}{m}=\dfrac{z-z_0}{n}$ i ravan $\alpha: Ax+By+Cz+D=0$. Navesti uslov pod kojim će prava l biti normalna na ravan α: ______________________

grupa 4 12.11.2005.

I KOLOKVIJUM IZ MATEMATIKE I

Ime i prezime: ______________________________ broj indeksa: __________

1. Ako je $A=\left\{\begin{pmatrix} x & 0 & -x \\ 0 & 1 & 0 \\ -x & 0 & x \end{pmatrix} \;\middle|\; x\in R\right\}$, a $\cdot$ operacija množenja matrica, ispitati koja od sledećih svojstava važe za strukturu $(A,\cdot)$

- Zatvorenost __________, jer je ______________________________

- Asocijativnost __________, jer je ______________________________
- Neutralni element ______________________________

- Inverzni element ______________________________

- Komutativnost __________, jer je ______________________________

Struktura $(A,\cdot)$ je ____________________.

2. Sistem linearnih jednačina

$$\begin{array}{rcrcrcrcl} x & - & y & + & 4z & + & 2u & = & -2 \\ (a^2-3a)x & + & 2y & + & 4z & + & 2u & = & a \\ -x & + & y & + & 2z & + & u & = & a-1 \end{array}$$

, gde je a realni parametar, ima

- jednoparametarsko rešenje, za _____ oblika ______________________________
- dvoparametarsko rešenje, za _____ oblika ______________________________
- nema rešenja, za __________.

3. Date su tačke $A(2,1,-1), M(0,-5,0), N(2,-3,4), P(-2,-1,-1)$.

- jednačina ravni α koja sadrži tačke M,N,P je: ______________________________
- tačka B simetrična tački A u odnosu na ravan α je: ______________________________
- neka su date prave $p:\dfrac{x-x_1}{l_1}=\dfrac{y-y_1}{m_1}=\dfrac{z-z_1}{n_1}$ i $q:\dfrac{x-x_2}{l_2}=\dfrac{y-y_2}{m_2}=\dfrac{z-z_2}{n_2}$. Navesti uslov pod kojim se one seku:

grupa 5 12.11.2005.

I KOLOKVIJUM IZ MATEMATIKE I

Ime i prezime: ______________________________ broj indeksa: __________

1. Ako je $A=\left\{\begin{bmatrix} a & 5b \\ 7b & a \end{bmatrix} \;\middle|\; a,b\in R, a^2\neq 35b^2\right\}$, a $\cdot$ operacija množenja matrica, ispitati koja od sledećih svojstava važe za strukturu $(A,\cdot)$

- Zatvorenost __________, jer je ______________________________
- Asocijativnost __________, jer je ______________________________
- Neutralni element ______________________________
- Inverzni element ______________________________
- Komutativnost __________, jer je ______________________________

Struktura $(A,\cdot)$ je ______________________.

2. Sistem linearnih jednačina

$$\begin{array}{rcrcrcrcl} (b-1)x & + & 2y & + & 5z & + & 6u & = & 5 \\ 6x & + & 3y & + & 4z & + & (2b+1)u & = & a^2+2 \\ 3x & + & y & - & z & + & 3u & = & 1 \end{array}$$

, gde su a i b realni parametri, ima

- jednoparametarsko rešenje, za _____ oblika ______________________________
- dvoparametarsko rešenje, za _____ oblika ______________________________
- nema rešenja, za __________.

3. Date su tačke $A(2,1,-1), M(1,-4,2), N(-3,2,-1), P(-4,1,-3)$.

- jednačina ravni α koja sadrži tačke M,N,P je ______________________________
- tačka B simetrična tački A u odnosu na ravan α je ______________________________
- neka su date prava $l:\dfrac{x-x_0}{l}=\dfrac{y-y_0}{m}=\dfrac{z-z_0}{n}$ i ravan $\alpha: Ax+By+Cz+D=0$. Navesti uslov pod kojim će prava l biti paralelna ravni α: ______________________________

I KOLOKVIJUM IZ MATEMATIKE I

Ime i prezime: ______________________________ broj indeksa: ________

1. Ako je $A=\left\{\begin{pmatrix} a & 0 & -a \\ 0 & 1 & 0 \\ -a & 0 & a \end{pmatrix} \;\middle|\; a\in(0,+\infty)\right\}$, a $\cdot$ operacija množenja matrica, ispitati koja od sledećih svojstava važe za strukturu $(A,\cdot)$

- Zatvorenost ________, jer je ______________________________

- Asocijativnost ________, jer je ______________________________.
- Neutralni element ______________________________

- Inverzni element ______________________________

- Komutativnost ________, jer je ______________________________

Struktura $(A,\cdot)$ je ________________.

2. Sistem linearnih jednačina

$$\begin{array}{rcrcrcrcr} 5x & + & 10y & - & 6z & - & 2u & = & -3 \\ -5x & + & (b^2-14)y & - & z & + & 3u & = & b+4 \\ -2x & - & 3y & + & z & + & u & = & 2 \end{array}$$

gde je b realni parametar, ima

- jednoparametarsko rešenje, za ________ oblika ______________________________
- dvoparametarsko rešenje, za ________ oblika ______________________________
- nema rešenja, za ______________.

3. Date su ravni $\alpha: 2x-y+2z-6=0$, $\beta: 3x-y+4z-8=0$ i tačka $A(3,-1,5)$. Tada je

- presečna prava p ravni α i β je: ______________________________
- projekcija tačke A na pravu p je:
- neka su date prava $l: \dfrac{x-x_0}{l}=\dfrac{y-y_0}{m}=\dfrac{z-z_0}{n}$ i ravan $\alpha: Ax+By+Cz+D=0$. Navesti uslove pod kojima će prava l pripadati ravni α: ______________________________

grupa 7 12.11.2005.

I KOLOKVIJUM IZ MATEMATIKE I

Ime i prezime: ______________________________ broj indeksa: __________

1. Ako je $A=\left\{\begin{bmatrix} a & 3b \\ 5b & a \end{bmatrix} \mid a,b\in\mathbb{R}, a^2\neq 15b^2\right\}$, a $\cdot$ operacija množenja matrica, ispitati koja od sledećih svojstava važe za strukturu $(A,\cdot)$

- Zatvorenost __________, jer je ______________________________
- Asocijativnost __________, jer je ______________________________
- Neutralni element ______________________________
- Inverzni element ______________________________
- Komutativnost __________, jer je ______________________________

Struktura $(A,\cdot)$ je ______________________________.

2. Sistem linearnih jednačina

$$\begin{aligned} -2x &+ 5y &+ 10z &+ 2u &= -3 \\ 3x &- 5y &+ (b^2-14)z &+ 7u &= -b+4 \\ x &- y &+ z &+ 5u &= 3 \end{aligned}$$

, gde je b realni parametar, ima

- jednoparametarsko rešenje, za __________, oblika ______________________________
- dvoparametarsko rešenje, za __________, oblika ______________________________
- nema rešenja, za ______________________________

3. Data je prava $p:\begin{cases} x+y-3z+2=0 \\ 2x-3y+5z-2=0 \end{cases}$ i tačke $A(-1,-5,4)$ i $B(4,-7,1)$. Tada je

- prava p u kanonskom obliku: ______________________________
- tačka $C\in p$ podjednako udaljena od tačaka A i B: ______________________________
- neka su date prava $l:\dfrac{x-x_0}{l}=\dfrac{y-y_0}{m}=\dfrac{z-z_0}{n}$ i ravan $\alpha: Ax+By+Cz+D=0$. Navesti uslov pod kojim će prava l biti normalna na ravan α: ______________________________

grupa B 12.11.2005.

I KOLOKVIJUM IZ MATEMATIKE I

Ime i prezime: ______________________________ broj indeksa: __________

1. Ako je $A=\left\{\begin{pmatrix}-a & 0 & a\\ 0 & 1 & 0\\ a & 0 & -a\end{pmatrix} \;\middle|\; a\in R, a\neq 0\right\}$, a $\cdot$ operacija množenja matrica, ispitati koja od sledećih svojstava važe za strukturu $(A,\cdot)$

- Zatvorenost ________, jer je ______________________________
- Asocijativnost ________, jer je ______________________________
- Neutralni element ______________________________
- Inverzni element ______________________________
- Komutativnost ________, jer je ______________________________

Struktura $(A,\cdot)$ je ______________________________.

2. Sistem linearnih jednačina

$$\begin{array}{rcrcrcrcr} 2x & + & y & + & 4z & - & u & = & -2\\ x & - & y & + & 2z & + & u & = & b-1\\ 2x & + & (b^2-3b)y & + & 4z & + & 2u & = & b \end{array}$$

, gde je b realni parametar, ima

- jednoparametarsko rešenje, za ________ oblika ______________________________
- dvoparametarsko rešenje, za ________ oblika ______________________________
- nema rešenja, za ______________.

3. Data su prave $p:\begin{cases}2x-y+3z+8=0\\ x+2y-5z-19=0\end{cases}$ i $q:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-3}{a}=\dfrac{z+7}{10}$. Tada je

- kanonski oblik prave p: ______________________________
- $a=$ ________ tako da se prave p i q seku
- ravan α određena pravama p i q je: ______________________________
- neka su date prave $p:\dfrac{x-x_1}{l_1}=\dfrac{y-y_1}{m_1}=\dfrac{z-z_1}{n_1}$ i $q:\dfrac{x-x_2}{l_2}=\dfrac{y-y_2}{m_2}=\dfrac{z-z_2}{n_2}$. Navesti uslov pod kojim su one paralelne:

A I колоквијум из Математике 1 A

24. новембар 2007.

презиме и име студента | број индекса | група за вежбе

1. (*30 poena*) Дата је структура $(A, +)$, при чему је

$$A = \{a \cdot x^2 + b \cdot x + c \mid a, b, c \in \mathbb{Q}\}$$

и $+$ је операција сабирања полинома.

Испитати које од следећих особина има структура $(A, +)$:

затвореност, асоцијативност, неутрални елемент, инверзни елемент, комутативност.

Да ли је структура $(A, +)$ група? Да ли је структура $(A, +)$ Абелова група?

2. (*30 poena*) У зависности од реалних параметара a и b решити систем

$$\begin{array}{rcrcrcl} x & + & y & + & z & = & 1 \\ -x & - & 2y & - & 2z & = & a \\ 3x & + & 2y & + & b \cdot z & = & 4. \end{array}$$

3. (*40 poena*) Дате су једначине равни α и β:

$$\alpha\colon x - 2y + 2z + 3 = 0 \qquad \text{и} \qquad \beta\colon -2x + 4y - 4z = 0.$$

а) Одредити њихове векторе нормала $\vec{n}_\alpha$ и $\vec{n}_\beta$.

б) Одредити произвољне тачке $A \in \alpha$ и $B \in \beta$.

в) Испитати узајамни положај равни α и β.

г) Уколико се равни α и β секу одредити њихову пресечну праву p (шта је њен вектор правца $\vec{v}_p$ и једна тачка $P \in p$?), а ако се не секу одредити растојање равни α и β.

Б I колоквијум из Математике 1 Б

24. новембар 2007.

презиме и име студента	број индекса	група за вежбе

1. (*30 poena*) Дата је структура $(\mathbb{Q} \setminus \{-2\}, *)$, при чему је операција $*$ дефинисана са

$$a * b = a \cdot b + 2a + 2b + 2.$$

Испитати које од следећих особина има структура $(\mathbb{Q} \setminus \{-2\}, *)$:

затвореност, асоцијативност, неутрални елемент, инверзни елемент, комутативност.

Да ли је структура $(\mathbb{Q} \setminus \{-2\}, *)$ група? Да ли је структура $(\mathbb{Q} \setminus \{-2\}, *)$ Абелова група?

2. (*30 poena*) У зависности од реалних параметара b и β решити систем

$$\begin{array}{rcrcrcl} x & - & y & + & z & = & 1 \\ -x & + & 2y & - & z & = & \beta \\ 3x & - & 2y & + & b \cdot z & = & 4 - \beta. \end{array}$$

3. (*40 poena*) Дати су вектори:

$$\vec{v}_1 = (1, 4, 5), \qquad \vec{v}_2 = (-2, -3, -2), \qquad \vec{v}_3 = (3, 4, 2) \qquad \text{и} \qquad \vec{w} = (1, 2, 3).$$

а) Испитати да ли су вектори $\vec{v}_1$, $\vec{v}_2$ и $\vec{v}_3$ линеарно независни.

б) Да ли вектори $\vec{v}_1$, $\vec{v}_2$ и $\vec{v}_3$ чине базу простора $\mathbb{R}^3$?

в) Изразити вектор $\vec{w}$ као линеарну комбинацију вектора $\vec{v}_1$, $\vec{v}_2$ и $\vec{v}_3$.

В # I колоквијум из Математике 1 **В**

24. новембар 2007.

презиме и име студента	**број индекса**	**група за вежбе**

1. (*30 poena*) Дата је структура $(\mathcal{M}, \cdot)$, при чему је

$$\mathcal{M} = \left\{ \begin{bmatrix} a & a \\ a & a \end{bmatrix} : a \in \mathbb{Q}, a \neq 0 \right\}$$

и $\cdot$ означава операцију множења матрица.
Испитати које од следећих особина има структура $(\mathcal{M}, \cdot)$:

затвореност, асоцијативност, неутрални елемент, инверзни елемент, комутативност.

Да ли је структура $(\mathcal{M}, \cdot)$ група? Да ли је структура $(\mathcal{M}, \cdot)$ Абелова група?

2. (*30 poena*) У зависности од реалног параметра ν решити систем

$$\begin{array}{rcrcrcrcr} x & + & y & + & z & + & w & = & 2 \\ -x & & & + & z & + & w & = & -3 \\ 3x & + & 2y & + & z & + & \nu \cdot w & = & 7. \end{array}$$

3. (*40 poena*) Дати су вектори:

$$\vec{v}_1 = (1, 2, -3), \qquad \vec{v}_2 = (-2, -3, 0), \qquad \vec{v}_3 = (3, 4, 2) \qquad \text{и} \qquad \vec{w} = (1, 1, 4).$$

а) Испитати да ли су вектори $\vec{v}_1$, $\vec{v}_2$ и $\vec{v}_3$ линеарно независни.

б) Да ли вектори $\vec{v}_1$, $\vec{v}_2$ и $\vec{v}_3$ чине базу простора $\mathbb{R}^3$?

в) Изразити вектор $\vec{w}$ као линеарну комбинацију вектора $\vec{v}_1$, $\vec{v}_2$ и $\vec{v}_3$.

Г # I колоквијум из Математике 1 Г

24. новембар 2007.

презиме и име студента	**број индекса**	**група за вежбе**

1. (*30 poena*) Дата је структура $(\mathcal{M},\cdot)$, при чему је

$$\mathcal{M}=\left\{\begin{bmatrix}a&0&c\\0&b&0\\0&0&a\end{bmatrix}: a,b,c\in\mathbb{R}, a>0, b>0, c\geqslant 0\right\}$$

и $\cdot$ означава операцију множења матрица.

Испитати које од следећих особина има структура $(\mathcal{M},\cdot)$:

затвореност, асоцијативност, неутрални елемент, инверзни елемент, комутативност.

Да ли је структура $(\mathcal{M},\cdot)$ група? Да ли је структура $(\mathcal{M},\cdot)$ Абелова група?

2. (*30 poena*) У зависности од реалног параметра γ решити систем

$$\begin{array}{rcrcrcl} x & - & 3y & + & z & = & 2\\ x & - & 2y & - & 2z & = & 3\\ 3x & - & 10y & + & 6z & = & 5\\ -2x & + & 3y & + & 7z & = & \gamma. \end{array}$$

3. (*40 poena*) Дате су једначине равни α и β:

$$\alpha\colon x+2y-z+2=0 \qquad \text{и} \qquad \beta\colon 2x+3y+z=0.$$

а) Одредити њихове векторе нормала $\vec{n}_\alpha$ и $\vec{n}_\beta$.

б) Одредити произвољне тачке $A\in\alpha$ и $B\in\beta$.

в) Испитати узајамни положај равни α и β.

г) Уколико се равни α и β секу одредити њихову пресечну праву p (шта је њен вектор правца $\vec{v}_p$ и једна тачка $P\in p$?), а ако се не секу одредити растојање равни α и β.

Д **I колоквијум из Математике 1** Д

24. новембар 2007.

презиме и име студента	**број индекса**	**група за вежбе**

1. (*30 poena*) Дата је структура $(\mathcal{M}, \cdot)$, при чему је

$$\mathcal{M} = \left\{ \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ a & 3a \end{bmatrix} : a \in \mathbb{R}, a \neq 0 \right\}$$

и $\cdot$ означава операцију множења матрица.

Испитати које од следећих особина има структура $(\mathcal{M}, \cdot)$:

затвореност, асоцијативност, неутрални елемент, инверзни елемент, комутативност.

Да ли је структура $(\mathcal{M}, \cdot)$ група? Да ли је структура $(\mathcal{M}, \cdot)$ Абелова група?

2. (*30 poena*) У зависности од реалног параметра δ решити систем

$$\begin{array}{rcrcrcrcl} x & + & y & + & z & + & w & = & 2 \\ 3x & + & y & + & 2z & + & w & = & 7 \\ -x & + & y & & & + & w & = & \delta. \end{array}$$

3. (*40 poena*) Дате су четири тачке у простору:

$$A(-3,1,-3), \qquad B(1,2,0), \qquad C(-7,-1,-6) \qquad \text{и} \qquad D(7,2,-3).$$

а) Одредити једначину равни α која пролази кроз тачке A, B и C.

б) Одредити вектор нормале $\vec{n}_\alpha$ равни α.

в) Одредити произвољну тачку $M \in \alpha$, различиту од задатих тачака.

г) Израчунати површину троугла $\triangle ABC$.

д) Израчунати запремину пирамиде $ABCD$.

е) Одредити дужину висине пирамиде $ABCD$ која полази из темена D.

E # I колоквијум из Математике 1 **E**

24. новембар 2007.

презиме и име студента	број индекса	група за вежбе

1. (*30 poena*) Дата је структура $(S,\cdot)$, при чему је

$$S=\left\{x+y\sqrt{3}\mid x\in\mathbb{Q},y\in\mathbb{Q},x^2+y^2\neq 0\right\}$$

и $\cdot$ означава операцију множења реалних бројева.

Испитати које од следећих особина има структура $(S,\cdot)$:

затвореност, асоцијативност, неутрални елемент, инверзни елемент, комутативност.

Да ли је структура $(S,\cdot)$ група? Да ли је структура $(S,\cdot)$ Абелова група?

2. (*30 poena*) У зависности од реалних параметара e и ε решити систем

$$\begin{array}{rcrcrcrcl} x & - & y & + & 3z & + & 3u & = & 1\\ 3x & + & 4y & + & 6z & + & (2e+1)u & = & \varepsilon^2+2\\ 2x & + & 5y & + & (e-1)z & + & 6u & = & 5. \end{array}$$

3. (*40 poena*) Дате су четири тачке у простору:

$$A(1,-2,3),\qquad B(0,2,2),\qquad C(5,0,1)\qquad \text{и}\qquad D(1,4,1).$$

а) Одредити једначину равни α која пролази кроз тачке A, B и C.

б) Одредити вектор нормале $\vec{n}_\alpha$ равни α.

в) Да ли тачка D припада равни α?

г) Одредити једначину праве p која пролази кроз тачке A и B.

д) Одредити једначину праве q која пролази кроз тачке C и D.

е) Да ли се праве p и q секу?

К I колоквијум из Математике 1 К

24. новембар 2007.

презиме и име студента	број индекса	група за вежбе

1. (*30 poena*) Дата је структура $(\mathcal{M}, \cdot)$, при чему је

$$M = \left\{ \begin{bmatrix} a & 0 & 0 \\ b & a & 0 \\ c & 0 & a \end{bmatrix} : a \in \mathbb{R}, a \neq 0 \right\}$$

и $\cdot$ означава операцију множења матрица.

Испитати које од следећих особина има структура $(\mathcal{M}, \cdot)$:

затвореност, асоцијативност, неутрални елемент, инверзни елемент, комутативност.

Да ли је структура $(\mathcal{M}, \cdot)$ група? Да ли је структура $(\mathcal{M}, \cdot)$ Абелова група?

2. (*30 poena*) У зависности од реалних параметара k и m решити систем

$$\begin{array}{rcrcrcl} x & - & 3y & + & z & = & 2 \\ x & - & 2y & - & 2z & = & 3 \\ 3x & - & 10y & + & 6z & = & k \\ -2x & + & 3y & + & 7z & = & m \end{array}$$

3. (*40 poena*) Дате су права a и раван β у простору:

$$a\colon \begin{cases} x + y + z - 1 = 0 \\ -x - 2y - 2z = 0 \end{cases} \qquad \text{и} \qquad \beta\colon 2x + 2y - z + 7 = 0.$$

а) Одредити вектор правца $\vec{v}_a$ праве a.

б) Одредити произвољне тачке $A \in a$ и $B \in \beta$.

в) Одредити вектор нормале $\vec{n}_\beta$ равни β.

г) Одредити међусобни положај праве a и равни β.

д) Наћи пресек праве a и равни β.

е) Израчунати величину угла φ између праве a и равни β.

Л

I колоквијум из Математике 1

Л

24. новембар 2007.

______________________________ презиме и име студента

______________ број индекса

________ група за вежбе

1. (*30 poena*) Дата је структура $(X, \circ)$, при чему је

$$X = \{(x, y, z) \mid x, y, z \in \mathbb{R}, x \neq 0\}$$

и операција $\circ$ је задата на следећи начин:

$$(a, b, c) \circ (m, n, p) = (am, b + n, ap + bm + cn).$$

Испитати које од следећих особина има структура $(X, \circ)$:

затвореност, асоцијативност, неутрални елемент, инверзни елемент, комутативност.

Да ли је структура $(X, \circ)$ група? Да ли је структура $(X, \circ)$ Абелова група?

2. (*30 poena*) У зависности од реалних параметара λ и ℓ решити систем

$$\begin{array}{rcrcrcl} x & + & 2y & - & z & = & \ell \\ 3x & + & 2y & - & z & = & \lambda \\ -3x & - & 2y & + & \lambda \cdot z & = & 0. \end{array}$$

3. (*40 poena*) Дате су права q и раван π у простору:

$$q\colon \frac{x+2}{-2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+4}{3} \qquad \text{и} \qquad \pi\colon 2x + 10y - 2z - 5 = 0.$$

а) Одредити вектор правца $\vec{v}_q$ праве q.

б) Одредити произвољне тачке $Q \in q$ и $P \in \pi$.

в) Одредити вектор нормале $\vec{n}_\pi$ равни π.

г) Одредити међусобни положај праве q и равни π.

д) Израчунати растојање тачке Q до равни π.

е) Израчунати величину угла између вектора $\vec{v}_q$ и $\vec{n}_\pi$.

А **I колоквијум из Математике 1** **А**

15. новембар 2008.

презиме и име студента | **број индекса** | **група за вежбе**

1. Дата је структура $(A, \cdot)$, при чему је

$$A = \left\{ a - b\sqrt{5} \;\mid\; a, b \in \mathbb{Q} \setminus \{0\} \right\}.$$

Испитати које од следећих особина има структура $(A, \cdot)$:

затвореност, асоцијативност, неутрални елемент, инверзни елемент, комутативност.

Да ли је структура $(A, \cdot)$ група? Да ли је структура $(A, \cdot)$ Абелова група?

2. Дате су матрице

$$A = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 1 & -2 \end{bmatrix} \quad \text{и} \quad C = \begin{bmatrix} -2 & 4 \\ 1 & -2 \\ -2 & 4 \end{bmatrix}.$$

Проверити да ли је матрица $A + B$ регуларна, па ако јесте решити матричну једначину

$$XA - C = -XB.$$

3. У зависности од реалног параметра α решити систем
$$\begin{array}{rcrcrcr} x & + & y & + & z & = & 2 \\ -x & & & + & z & = & -3 \\ 3x & + & 2y & + & \alpha \cdot z & = & 7 \end{array}.$$

4. Дати су вектори

$$\vec{a} = \lambda\vec{i} + \vec{j} + 4\vec{k}, \qquad \vec{b} = \vec{i} - 2\vec{j}, \qquad \vec{c} = 3\vec{i} - 3\vec{j} + 4\lambda\vec{k} \qquad (\lambda \in \mathbb{R}).$$

а) Одредити вредности λ_1 и λ_2 параметра λ за које су вектори $\vec{a}$, $\vec{b}$ и $\vec{c}$ компланарни.

б) За $\lambda = \max\{\lambda_1, \lambda_2\}$ изразити вектор $\vec{a}$ помоћу вектора $\vec{b}$ и $\vec{c}$.

5. Одредити раван α која садржи праву p и тачку A, где је

$$p\colon \frac{x-1}{1} = \frac{y-3}{3} = \frac{z+1}{-2}, \qquad A(3, 2, 0).$$

Б **I колоквијум из Математике 1** Б

15. новембар 2008.

презиме и име студента	**број индекса**	**група за вежбе**

1. Дата је структура $(A, \cdot)$, при чему је

$$A = \left\{ a\sqrt{3} - b \ \mid \ a, b \in \mathbb{Q} \right\}.$$

Испитати које од следећих особина има структура $(A, \cdot)$:

затвореност, асоцијативност, неутрални елемент, инверзни елемент, комутативност.

Да ли је структура $(A, \cdot)$ група? Да ли је структура $(A, \cdot)$ Абелова група?

2. Израчунати детерминанту $D = \begin{vmatrix} 1 & -2 & 3 & -4 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & -3 & 4 \\ 2 & 0 & 4 & b \end{vmatrix}$. За које вредности параметра b је $D = 0$?

3. У зависности од реалног параметра β решити систем $\begin{array}{rcrcrcrcr} x & + & y & + & z & + & w & = & 2 \\ -x & & & + & z & + & w & = & -3 \\ 3x & + & 2y & + & z & + & \beta \cdot w & = & 7 \end{array}$.

4. Дате су тачке

$$A(1,1,1), \qquad B(2,0,2), \qquad C(2,2,2), \qquad D(3,4,-3).$$

а) Израчунати запремину тетраедра $ABCD$.

б) Израчунати дужину висине тетраедра из темена D.

5. Одредити раван α која садржи праву p и тачку A, где је

$$p\colon \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z+2}{1}, \qquad A(2,-1,1).$$

B I колоквијум из Математике 1 B

15. новембар 2008.

презиме и име студента	**број индекса**	**група за вежбе**

1. Дата је структура $(\mathcal{M}, \cdot)$, при чему је

$$\mathcal{M} = \left\{ \begin{bmatrix} a & 0 \\ -a & 0 \end{bmatrix} : a \in \mathbb{Q}, a \neq 0 \right\}$$

и $\cdot$ означава операцију множења матрица.
Испитати које од следећих особина има структура $(\mathcal{M}, \cdot)$:

затвореност, асоцијативност, неутрални елемент, инверзни елемент, комутативност.

Да ли је структура $(\mathcal{M}, \cdot)$ група? Да ли је структура $(\mathcal{M}, \cdot)$ Абелова група?

2. Израчунати детерминанту $D = \begin{vmatrix} 1 & 1 & -1 & 2 \\ -2 & 0 & 2 & 0 \\ 3 & 1 & -3 & 4 \\ -4 & 1 & 4 & w \end{vmatrix}$. За које вредности параметра w је $D = 0$?

3. У зависности од реалног параметра ν решити систем $\begin{array}{rcrcrcl} x & + & y & + & z & = & 2 \\ 3x & + & 2y & + & z & = & 7 \\ -x & & & + & z & = & \nu \end{array}$.

4. Дати су вектори

$$e_1 = (3, -2, 1), \qquad e_2 = (2, 1, 2), \qquad e_3 = (3, -1, -2).$$

а) Доказати да вектори e_1, e_2 и e_3 образују базу простора $\mathbb{R}^3$.

б) Одредити координате вектора $x = (4, -4, -3)$ у бази $\{e_1, e_2, e_3\}$.

5. Одредити угао φ између правих p и q, где је

$$p\colon \frac{x-2}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-5}{2}, \qquad q\colon \left\{ \begin{array}{rcrcrcrcl} 2x & + & 2y & - & z & + & 3 & = & 0 \\ x & + & y & & & - & 1 & = & 0 \end{array} \right. .$$

Г I колоквијум из Математике 1 Г

15. новембар 2008.

______________________________ ______________ ________

презиме и име студента **број индекса** **група за вежбе**

1. Дата је структура $(\mathcal{M}, \cdot)$, при чему је

$$\mathcal{M} = \left\{ \begin{bmatrix} 0 & -x \\ 0 & x \end{bmatrix} : x \in \mathbb{R} \right\}$$

и $\cdot$ означава операцију множења матрица.
Испитати које од следећих особина има структура $(\mathcal{M}, \cdot)$:

затвореност, асоцијативност, неутрални елемент, инверзни елемент, комутативност.

Да ли је структура $(\mathcal{M}, \cdot)$ група? Да ли је структура $(\mathcal{M}, \cdot)$ Абелова група?

2. Дате су матрице

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -1 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ -1 & 4 \end{bmatrix} \quad \text{и} \quad C = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 5 & 2 \\ -2 & 1 \end{bmatrix}.$$

Проверити да ли је матрица $2A + B$ регуларна, па ако јесте решити матричну једначину

$$2XA = C - XB.$$

3. У зависности од реалног параметра Γ решити систем

$$\begin{array}{rcrcrcrcr} x & + & y & + & z & + & 2w & = & 0 \\ -x & + & y & & & + & 2w & = & -5 \\ 3x & + & y & + & 2z & + & \Gamma \cdot w & = & 5 \end{array}.$$

4. Вектори e_1, e_2 и e_3 образују базу неког векторског простора. Ако је

$$\begin{array}{rcrcrcrl} a & = & 3e_1 & + & me_2 & + & 3e_3, & \\ b & = & me_1 & + & 5e_2 & + & 4e_3, & \\ c & = & e_1 & + & 3e_2 & + & 2e_3, & \qquad (m \in \mathbb{R}) \end{array}$$

испитати линеарну зависност вектора a, b и c у зависности од параметра m.

5. Одредити угао φ између правих p и q, где је

$$p\colon \left\{ \begin{array}{rcrcrcrcr} x & - & y & - & 2z & + & 5 & = & 0 \\ -x & + & y & + & z & - & 2 & = & 0 \end{array} \right., \qquad q\colon \frac{x+2}{1} = \frac{y+3}{2} = \frac{z-3}{1}.$$

Д I колоквијум из Математике 1 Д

15. новембар 2008.

презиме и име студента | **број индекса** | **група за вежбе**

1. Дата је структура $(A, *)$, при чему је

$$A = (3, +\infty)$$

и нека је операција $*$ задата на следећи начин:

$$x * y = 3xy - 9x - 9y + 30.$$

Испитати које од следећих особина има структура $(A, *)$:

затвореност, асоцијативност, неутрални елемент, инверзни елемент, комутативност.

Да ли је структура $(A, *)$ група? Да ли је структура $(A, *)$ Абелова група?

2. Решити матричну једначину

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \cdot X + \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ -3 & 2 \end{bmatrix} \cdot X = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ -1 & 5 & -2 \end{bmatrix}.$$

3. У зависности од реалног параметра δ решити систем $\begin{array}{rcrcrcrcl} x & + & y & + & z & + & w & = & 2 \\ 3x & + & y & + & 2z & + & w & = & 7 \\ -x & + & y & & & + & w & = & \delta \end{array}$.

4. Дати су вектори

$$\vec{a} = (m-3, 3, -1), \qquad \vec{b} = (1, -1, 3), \qquad \vec{c} = (1, m+4, -11) \qquad (m \in \mathbb{R}).$$

а) Одредити вредности параметра m тако да вектори $\vec{a}$, $\vec{b}$ и $\vec{c}$ буду линеарно зависни.

б) За вредност m из дела под а), која је цео број, изразити вектор $\vec{c}$ помоћу вектора $\vec{a}$ и $\vec{b}$.

5. Одредити раван α која садржи праву p и паралелна је правој q, где је

$$p\colon \frac{x-3}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{-1}, \qquad q\colon \frac{x-2}{1} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z+2}{3}.$$

Е # I колоквијум из Математике 1 **Е**

15. новембар 2008.

презиме и име студента	број индекса	група за вежбе

1. Дата је структура $(A, *)$, при чему је

$$A = (-3, +\infty)$$

и нека је операција $*$ задата на следећи начин:

$$x * y = 2xy + 6x + 6y + 15.$$

Испитати које од следећих особина има структура $(A, *)$:

затвореност, асоцијативност, неутрални елемент, инверзни елемент, комутативност.

Да ли је структура $(A, *)$ група? Да ли је структура $(A, *)$ Абелова група?

2. Испитати ранг матрице

$$\begin{bmatrix} 3 & 1 & 1 & 4 \\ \lambda & 4 & 10 & 1 \\ 1 & 7 & 17 & 3 \\ 2 & 2 & 4 & 3 \end{bmatrix}$$

у зависности од реалног параметра λ.

3. У зависности од реалног параметра ε решити систем $\begin{array}{rcrcrcl} x & - & 3y & - & z & = & 1 \\ 3x & - & 10y & - & 6z & = & 2 \\ -2x & + & 3y & - & 7z & = & \varepsilon \\ x & - & 2y & + & 2z & = & 2 \end{array}$.

4. Дате су тачке

$$A(2, -3, 5), \qquad B(0, 2, 1), \qquad C(-2, -2, 3), \qquad D(3, 2, 4).$$

а) Израчунати запремину тетраедра $ABCD$.

б) Израчунати дужину висине тетраедра из темена A.

5. Одредити раван α која садржи праву p и паралелна је правој q, где је

$$p\colon \frac{x-1}{1} = \frac{y+3}{-2} = \frac{z+1}{1}, \qquad q\colon \frac{x-2}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z}{-3}.$$

Л **I колоквијум из Математике 1** Л

15. новембар 2008.

презиме и име студента	**број индекса**	**група за вежбе**

1. Дата је структура $(\mathcal{M}, \cdot)$, при чему је

$$M = \left\{ \begin{bmatrix} \alpha & -\beta & \alpha \\ 0 & 0 & 0 \\ \beta & \alpha & \beta \end{bmatrix} : \alpha, \beta \in \mathbb{R}, \alpha^2 + \beta^2 \neq 0 \right\}$$

и $\cdot$ означава операцију множења матрица.

Испитати које од следећих особина има структура $(\mathcal{M}, \cdot)$:

затвореност, асоцијативност, неутрални елемент, инверзни елемент, комутативност.

Да ли је структура $(\mathcal{M}, \cdot)$ група? Да ли је структура $(\mathcal{M}, \cdot)$ Абелова група?

2. Испитати ранг матрице

$$\begin{bmatrix} 1 & \lambda & -1 & 2 \\ 2 & -1 & \lambda & 5 \\ 1 & 10 & -6 & 1 \end{bmatrix}$$

у зависности од реалног параметра λ.

3. У зависности од реалног параметра λ решити систем $\begin{array}{rcrcrcr} x & - & 2y & & & = & 2 \\ 2x & - & 3y & + & (2\lambda+4)z & = & 7 \\ -x & + & 2y & - & (\lambda+2)z & = & -4 \end{array}$.

4. Дати су вектори

$$e_1 = (2, -3, 1), \qquad e_2 = (3, -1, 5), \qquad e_3 = (1, -4, 3).$$

а) Доказати да вектори e_1, e_2 и e_3 образују базу простора $\mathbb{R}^3$.

б) Одредити координате вектора $x = (2, -2, 7)$ у бази $\{e_1, e_2, e_3\}$.

5. Раван α је одређена тачкама A, B и C. Одредити растојање тачке D од равни α, ако је

$$A(1, 1, 0), \qquad B(1, 0, -1), \qquad C(3, 1, 1), \qquad D(2, 0, 1).$$

M # I колоквијум из Математике 1 **M**

15. новембар 2008.

презиме и име студента	**број индекса**	**група за вежбе**

1. Дата је структура $(\mathcal{M}, \cdot)$, при чему је

$$M = \left\{ \begin{bmatrix} u & 0 & v \\ v & 0 & -u \\ u & 0 & v \end{bmatrix} : u, v \in \mathbb{R}, u^2 + v^2 \neq 0 \right\}$$

и $\cdot$ означава операцију множења матрица.

Испитати које од следећих особина има структура $(\mathcal{M}, \cdot)$:

затвореност, асоцијативност, неутрални елемент, инверзни елемент, комутативност.

Да ли је структура $(\mathcal{M}, \cdot)$ група? Да ли је структура $(\mathcal{M}, \cdot)$ Абелова група?

2. Решити матричну једначину

$$X \cdot \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 3 & -4 \\ -2 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 3 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

3. У зависности од реалног параметра μ решити систем
$$\begin{array}{rcrcrcr} x & + & y & + & 2z & = & 0 \\ -x & & & + & 2z & = & -5 \\ 3x & + & 2y & + & \mu \cdot z & = & 5 \end{array}.$$

4. Вектори e_1, e_2 и e_3 образују базу неког векторског простора. Ако је

$$\begin{array}{rcrcrcrl} a & = & 3e_1 & + & (m+2)e_2 & + & 5e_3, & \\ b & = & 2e_1 & + & 3e_2 & + & e_3, & \\ c & = & (m+1)e_1 & + & 9e_2 & + & 3e_3, & \qquad (m \in \mathbb{R}) \end{array}$$

испитати линеарну зависност вектора a, b и c у зависности од параметра m.

5. Раван α је одређена тачкама A, B и C. Одредити растојање тачке D од равни α, ако је

$$A(0,2,-1), \qquad B(4,1,2), \qquad C(-4,0,-4), \qquad D(1,-3,1).$$

А **I колоквијум из Математике 1** **А**

19. новембар 2009.

презиме и име студента	**број индекса**	**група за вежбе**

1. Нека је $I = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$, $J = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ и нека је

$$\mathcal{M} = \left\{ aI + bJ \mid a, b \in \mathbb{R},\ a^2 + b^2 \neq 0 \right\}$$

и $\cdot$ означава операцију множења матрица. Испитати које од следећих особина има структура $(\mathcal{M}, \cdot)$:

затвореност, асоцијативност, неутрални елемент, инверзни елемент, комутативност.

Да ли је структура $(\mathcal{M}, \cdot)$ група? Да ли је структура $(\mathcal{M}, \cdot)$ Абелова група?

2. Израчунати детерминанту $D = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ -1 & 0 & 1 & 3 \\ 2 & 4 & a & 8 \\ -1 & 0 & 1 & a \end{vmatrix}$. За које вредности параметра a је $D = 0$?

3. У зависности од реалног параметра α решити систем

$$\begin{array}{rcrcrcr} x & + & 2y & - & z & = & 4 \\ -x & - & y & + & z & = & -3 \\ 2x & + & 4y & + & \alpha \cdot z & = & 6 - \alpha \\ -x & + & 3y & - & 2z & = & 4. \end{array}$$

4. Дате су тачке $A(1, 3, -1)$, $B(3, 3, 1)$, $C(2, 1, \alpha)$ и $D(4, 4, -1)$.

а) Одредити вредности параметра α тако да запремина пирамиде $ABCD$ буде $\frac{5}{3}$.

б) За најмању вредност α одређену под а) израчунати меру угла $\sphericalangle ABC$.

5. Дате су права a и раван β у простору:

$$a\colon \frac{x-2}{-2} = \frac{y+4}{3} = \frac{z+3}{1} \qquad \text{и} \qquad \beta\colon x - y + 5z + 9 = 0.$$

а) Одредити вектор правца $\vec{v}_a$ праве a и вектор нормале $\vec{n}_\beta$ на раван β.

б) Одредити произвољне тачке $A \in a$ и $B \in \beta$.

в) Одредити међусобни положај праве a и равни β.

д) Уколико се права a и раван β секу одредити њихов пресек, а ако се не секу одредити растојање праве a од равни β.

Б # I колоквијум из Математике 1 **Б**

19. новембар 2009.

презиме и име студента	**број индекса**	**група за вежбе**

1. Нека је $X = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$, $Y = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ и нека је

$$\mathcal{M} = \{aX + bY \mid a, b \in \mathbb{R},\ ab \neq 0\}$$

и $\cdot$ означава операцију множења матрица. Испитати које од следећих особина има структура $(\mathcal{M}, \cdot)$:

затвореност, асоцијативност, неутрални елемент, инверзни елемент, комутативност.

Да ли је структура $(\mathcal{M}, \cdot)$ група? Да ли је структура $(\mathcal{M}, \cdot)$ Абелова група?

2. Израчунати детерминанту $D = \begin{vmatrix} 1 & -2 & -3 & 4 \\ -1 & 0 & 1 & 3 \\ 2 & 3 & b & 5 \\ 2 & 0 & -2 & b \end{vmatrix}$. За које вредности параметра b је $D \neq 0$?

3. У зависности од реалног параметра β решити систем

$$\begin{array}{rcrcrcrcl} x & + & y & - & 2z & + & w & = & 2 \\ 3x & + & 3y & + & (\beta-5)z & + & (2-\beta)w & = & \beta^2+5 \\ -2x & - & 2y & + & 4z & - & 2w & = & -4. \end{array}$$

4. Дате су тачке $M(3,-1,1)$, $N(\beta,0,2)$, $P(3,-2,2)$ и $Q(5,-1,4)$.

а) Одредити вредности параметра β тако да запремина пирамиде $MNPQ$ буде $\dfrac{4}{3}$.

б) За највећу вредност β одређену под а) израчунати меру угла $\sphericalangle MNP$.

5. Дате су права a и раван β у простору:

$$a\colon \frac{x-2}{-1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z-3}{1} \qquad \text{и} \qquad \beta\colon x+y+3=0.$$

а) Одредити вектор правца $\vec{v}_a$ праве a и вектор нормале $\vec{n}_\beta$ на раван β.

б) Одредити произвољне тачке $A \in a$ и $B \in \beta$.

в) Одредити међусобни положај праве a и равни β.

д) Уколико се права a и раван β секу одредити величину угла φ између праве a и равни β, а ако се не секу одредити растојање праве a од равни β.

Ф **I колоквијум из Математике 1** Ф

19. новембар 2009.

презиме и име студента	**број индекса**	**група за вежбе**

1. Нека је $\mathcal{A} = \mathbb{R}^2 \setminus \{(0,0)\}$ и нека је $*$ операција дефинисана са

$$(a,b) * (c,d) = (ad + bc,\, bd - ac).$$

Испитати које од следећих особина има структура $(\mathcal{A}, *)$:

затвореност, асоцијативност, неутрални елемент, инверзни елемент, комутативност.

Да ли је структура $(\mathcal{A}, *)$ група? Да ли је структура $(\mathcal{A}, *)$ Абелова група?

2. Нека су дате матрице $F = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -7 & 3 \end{bmatrix}$ и $G = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$ и I означава јединичну матрицу истог реда као и F.

Одредити матрицу

$$2F^{-1} + G \cdot (F - I)^T.$$

3. У зависности од реалног параметра f решити систем

$$\begin{array}{rcrcrcl} x & + & y & - & z & = & 1 \\ 3x & + & 2y & - & 3z & = & 6 \\ -2x & - & y & + & f \cdot z & = & f. \end{array}$$

4. Дате су тачке $M(1,2,3)$, $N(3,1,\phi+1)$, $P(1,\phi+2,2)$ и $Q(3,-1,4)$.

а) За које вредности параметра ϕ су вектори $\overrightarrow{MN}$, $\overrightarrow{MP}$ и $\overrightarrow{MQ}$ компланарни.

б) За најмању вредност ϕ одређену под а) изразити вектор $\overrightarrow{MN}$ преко вектора $\overrightarrow{MP}$ и $\overrightarrow{MQ}$.

5. Дате су права a и раван β у простору:

$$a\colon \begin{cases} x + 2y - z - 4 = 0 \\ -x - y + z + 3 = 0 \end{cases} \qquad \text{и} \qquad \beta\colon\ -x + 3y - z - 5 = 0.$$

а) Одредити вектор правца $\vec{v}_a$ праве a и вектор нормале $\vec{n}_\beta$ на раван β.

б) Одредити произвољне тачке $A \in a$ и $B \in \beta$.

в) Одредити међусобни положај праве a и равни β.

д) Уколико се права a и раван β секу одредити њихов пресек, а ако се не секу одредити растојање праве a од равни β.

Г **I колоквијум из Математике 1** Г

19. новембар 2009.

______________________________ ______________ __________

презиме и име студента **број индекса** **група за вежбе**

1. Нека је $\mathcal{A} = \mathbb{R}^2 \setminus \{(0,0)\}$ и нека је $*$ операција дефинисана са

$$(x,y) * (u,v) = (xu - yv,\, yu + xv).$$

Испитати које од следећих особина има структура $(\mathcal{A}, *)$:

затвореност, асоцијативност, неутрални елемент, инверзни елемент, комутативност.

Да ли је структура $(\mathcal{A}, *)$ група? Да ли је структура $(\mathcal{A}, *)$ Абелова група?

2. Нека су дате матрица $A = \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ -3 & 4 \end{bmatrix}$ и $B = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$.

Одредити матрицу

$$A^{-1} + B^T \cdot (A - 2I).$$

3. У зависности од реалног параметра γ решити систем

$$\begin{array}{rcrcrcl} x & + & y & - & 2z & = & 1 \\ 3x & + & 2y & + & z & = & 6 \\ -2x & - & y & - & 3z & = & \gamma. \end{array}$$

4. Дате су тачке $A(-1,1,-1)$, $B(\gamma,1,0)$, $C(1,-2,-2)$ и $D(-5,\gamma+2,0)$.

а) За које вредности параметра γ су вектори $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$ и $\overrightarrow{CD}$ линеарно зависни.

б) За највећу вредност γ одређену под а) изразити вектор $\overrightarrow{CD}$ преко вектора $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{AC}$.

5. Дате су права a и раван β у простору:

$$a\colon \begin{cases} x + 3y + 2z - 4 = 0 \\ -x - 4y + z + 2 = 0 \end{cases} \qquad \text{и} \qquad \beta\colon 2x + 7y + z + 2 = 0.$$

а) Одредити вектор правца $\vec{v}_a$ праве a и вектор нормале $\vec{n}_\beta$ на раван β.

б) Одредити произвољне тачке $A \in a$ и $B \in \beta$.

в) Одредити међусобни положај праве a и равни β.

д) Уколико се права a и раван β секу одредити величину угла φ између праве a и равни β, а ако се не секу одредити растојање праве a од равни β.

Д **I колоквијум из Математике 1** **Д**

19. новембар 2009.

презиме и име студента	**број индекса**	**група за вежбе**

1. Нека је $A = (-2, \infty)$ и нека је операција $*$ дефинисана са

$$x * y = 3xy + 6(x + y) + 10.$$

Испитати које од следећих особина има структура $(A, *)$:

затвореност, асоцијативност, неутрални елемент, инверзни елемент, комутативност.

Да ли је структура $(A, *)$ група? Да ли је структура $(A, *)$ Абелова група?

2. Дате су матрице $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 7 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$ и $C = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 4 & 9 \end{pmatrix}$.

Решити матричну једначину

$$A \cdot X + 2B \cdot X = C.$$

3. У зависности од реалног параметра d решити систем

$$\begin{array}{rcrcrcl} x & + & 2y & - & 3z & = & 1 \\ 3x & + & 6y & + & (d-6)z & = & d+6 \\ -2x & - & 4y & + & 6z & = & -2. \end{array}$$

4. Дати су вектори

$$\vec{m} = (3, 3, -2), \qquad \vec{n} = (1, 2\delta, 4), \qquad \vec{p} = (3, -3, 2) \qquad (\delta \in \mathbb{R}).$$

а) Одредити вредности параметра δ тако да вектори $\vec{m}$, $\vec{n}$ и $\vec{p}$ буду линеарно зависни.

б) За највећу вредност δ одређену под а) изразити вектор $\vec{n}$ помоћу вектора $\vec{m}$ и $\vec{p}$.

5. Дате су права a и права b у простору:

$$a\colon \frac{x-1}{1} = \frac{y}{-1} = \frac{z-5}{4} \qquad \text{и} \qquad b\colon \frac{x}{-1} = \frac{y-2}{0} = \frac{z+4}{1}.$$

а) Одредити вектор правца $\vec{v}_a$ праве a и вектор правца $\vec{v}_b$ праве b.

б) Одредити произвољне тачке $A \in a$ и $B \in b$.

в) Одредити међусобни положај праве a и праве b.

д) Уколико се права a и права b секу одредити њихов пресек, а ако се не секу одредити њихово међусобно растојање.

Е **I колоквијум из Математике 1** **Е**

19. новембар 2009.

презиме и име студента	**број индекса**	**група за вежбе**

1. Нека је

$$\mathcal{M} = \left\{ \begin{bmatrix} 0 & a & b \\ 0 & b & -a \\ 0 & a & b \end{bmatrix} ;\ a, b \in \mathbb{R},\ a^2 + b^2 \neq 0 \right\}$$

и $\cdot$ означава операцију множења матрица. Испитати које од следећих особина има структура $(\mathcal{M}, \cdot)$:

затвореност, асоцијативност, неутрални елемент, инверзни елемент, комутативност.

Да ли је структура $(\mathcal{M}, \cdot)$ група? Да ли је структура $(\mathcal{M}, \cdot)$ Абелова група?

2. Испитати ранг матрице

$$\begin{bmatrix} 2 & 4 & \varepsilon & 8 \\ -1 & 0 & 1 & 3 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \\ -1 & 0 & 1 & \varepsilon \end{bmatrix}$$

у зависности од реалног параметра ε.

3. У зависности од реалног параметра e решити систем

$$\begin{array}{rcrcrcr} x & + & y & - & 2z & = & 2 \\ -x & & & + & z & = & 2 \\ 2x & + & 4y & + & (e-4)z & = & 10-e \\ 3x & + & y & - & 4z & = & 3. \end{array}$$

4. Дати су вектори

$$\vec{a} = (4, 2, 3\varepsilon), \qquad \vec{b} = (1, -2, 4), \qquad \vec{c} = (2, 2, -1) \qquad (\varepsilon \in \mathbb{R}).$$

а) Одредити вредности параметра δ тако да вектори $\vec{a}$, $\vec{b}$ и $\vec{c}$ буду компланарни.

б) За највећу вредност ε одређену под а) изразити вектор $\vec{a}$ помоћу вектора $\vec{b}$ и $\vec{c}$.

5. Дате су 4 тачке у простору:

$$A(-3, -1, 5), \qquad B(5, 5, 1), \qquad C(3, 1, 3), \qquad D(3, 2, -1).$$

а) Одредити раван α је одређена тачкама A, B и C.

б) Одредити једначину нормале n из тачке D на раван α.

в) Одредити вектор правца $\vec{v}_n$ праве n и вектор нормале $\vec{n}_\alpha$ на раван α.

д) Одредити растојање тачке D од равни α.

Л **I колоквијум из Математике 1** **Л**

19. новембар 2009.

презиме и име студента	**број индекса**	**група за вежбе**

1. Нека је

$$\mathcal{M} = \left\{ \begin{bmatrix} x & -y & x \\ y & x & y \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix};\ x, y \in \mathbb{R},\ x^2 + y^2 \neq 0 \right\}$$

и $\cdot$ означава операцију множења матрица. Испитати које од следећих особина има структура $(\mathcal{M}, \cdot)$:

затвореност, асоцијативност, неутрални елемент, инверзни елемент, комутативност.

Да ли је структура $(\mathcal{M}, \cdot)$ група? Да ли је структура $(\mathcal{M}, \cdot)$ Абелова група?

2. Испитати ранг матрице

$$\begin{bmatrix} 2 & 3 & \lambda & 5 \\ -1 & 0 & 1 & 3 \\ 1 & -2 & -3 & 4 \\ 2 & 0 & -2 & \lambda \end{bmatrix}$$

у зависности од реалног параметра λ.

3. У зависности од реалног параметра ℓ решити систем

$$\begin{array}{rcrcrcrcl} x & - & y & + & 2z & + & 3u & = & 1 \\ 3x & - & 2y & + & 4z & + & 5u & = & 1 \\ -2x & + & (\ell-2)y & + & (4-2\ell)z & + & (10-4\ell)u & = & 2. \end{array}$$

4. Дати су вектори

$$\vec{a} = \vec{i} + \vec{k}, \qquad \vec{b} = -2\vec{j} + 3\vec{k}, \qquad \vec{c} = 2\vec{i} - 3\vec{j} + \lambda\vec{k} \qquad (\lambda \in \mathbb{R}).$$

а) Ако су вектори $\vec{u} = \vec{a} + 3\vec{b}$ и $\vec{v} = \vec{b} - 2\vec{a}$, одредити $\vec{u} \times \vec{v}$.

б) За коју вредност реалног параметра λ су вектори $\vec{c}$ и $\vec{u} \times \vec{v}$ колинеарни?

5. Дате су раван α и раван β у простору:

$$\alpha\colon x + 2y - z - 2 = 0 \qquad \text{и} \qquad \beta\colon -x + y + z + 2 = 0.$$

а) Одредити вектор вектор нормале $\vec{n}_\alpha$ на раван α и вектор нормале $\vec{n}_\beta$ на раван β.

б) Одредити произвољне тачке $A \in \alpha$ и $B \in \beta$.

в) Одредити међусобни положај равни α и равни β.

д) Уколико се раван α и раван β секу одредити њихов пресек, а ако се не секу одредити њихово међусобно растојање.

M **I колоквијум из Математике 1** M

19. новембар 2009.

______________________________ ______________ ______

презиме и име студента **број индекса** **група за вежбе**

1. Нека је $A = (1, \infty)$ и нека је операција $*$ дефинисана са

$$x * y = 3xy - 3(x + y) + 4.$$

Испитати које од следећих особина има структура $(A, *)$:

затвореност, асоцијативност, неутрални елемент, инверзни елемент, комутативност.

Да ли је структура $(A, *)$ група? Да ли је структура $(A, *)$ Абелова група?

2. Дате су матрице $A = \begin{pmatrix} 5 & 1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$ и $C = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 6 \end{pmatrix}$.

Решити матричну једначину

$$A \cdot X = 2B \cdot X + C.$$

3. У зависности од реалног параметра m решити систем

$$\begin{array}{rcrcrcr} x & + & 2y & - & 3z & = & -2 \\ 2x & + & 4y & + & (m-5)z & = & -2m-6 \\ -2x & - & 3y & + & 4z & = & 2 \end{array}.$$

4. Дати су вектори

$$\vec{m} = 2\vec{i} + 2\vec{j} + \vec{k}, \qquad \vec{n} = \vec{i} - 3\vec{k}, \qquad \vec{p} = 6\vec{i} + \mu\vec{j} + 2\vec{k} \qquad (\mu \in \mathbb{R}).$$

а) Ако су вектори $\vec{u} = \vec{m} - 3\vec{n}$ и $\vec{v} = \vec{n} + 2\vec{m}$, одредити $\vec{u} \times \vec{v}$.

б) За коју вредност реалног параметра μ су вектори $\vec{c}$ и $\vec{u} \times \vec{v}$ линеарно зависни?

5. Дате су раван α и раван β у простору:

$$\alpha\colon 2x - 4y - 8z + 5 = 0 \qquad \text{и} \qquad \beta\colon \frac{x}{-4} + \frac{y}{2} + \frac{z}{1} = 1.$$

а) Одредити вектор вектор нормале $\vec{n}_\alpha$ на раван α и вектор нормале $\vec{n}_\beta$ на раван β.

б) Одредити произвољне тачке $A \in \alpha$ и $B \in \beta$.

в) Одредити међусобни положај равни α и равни β.

д) Уколико се раван α и раван β секу одредити њихов пресек, а ако се не секу одредити њихово међусобно растојање.