

---

презиме и име студента

---

број индекса

1. Дата је структура  $(\mathcal{M}, \cdot)$ , при чему је

$$\mathcal{M} = \left\{ \begin{bmatrix} a & 2b \\ b & a \end{bmatrix} : a, b \in \mathbb{R} \right\}$$

и  $\cdot$  означава операцију множења матрица.

Испитати које од следећих особина има структура  $(\mathcal{M}, \cdot)$ : затвореност, асоцијативност, неутрални елемент, инверзни елемент, комутативност.

Да ли је структура  $(\mathcal{M}, \cdot)$  група? Да ли је структура  $(\mathcal{M}, \cdot)$  Абелова група?

2. Дате су права  $p: \frac{x-3}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-2}{1}$  и раван  $\alpha: 2x - 3y + z = 5$  у простору.

а) Одредити међусобни положај праве  $p$  и равни  $\alpha$ .

б) Наћи праву  $q$  симетричну правој  $p$  у односу на раван  $\alpha$ .

в) Колики је угао између праве  $p$  и равни  $\alpha$ ,  $\angle(p, \alpha)$ ?

3. Дата је функција

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2e^{e^x - 1} - \sin 2x - 2 - 2x^2}{x^3}, & x \neq 0 \\ \frac{3}{8}, & x = 0. \end{cases}$$

а) Написати Маклоренове полиноме трећег степена за функције  $e^{e^x - 1}$  и  $\sin 2x$ .

б) Израчунати  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ .

в) Да ли је функција  $f(x)$  непрекидна у тачки  $x = 0$ ?

4. Испитати ток и скицирати график функције

$$f(x) = 2 - x - \sqrt{x^2 - x + 1}.$$

---

презиме и име студента

---

број индекса

1. Дата је структура  $(\mathcal{M}, \cdot)$ , при чему је

$$\mathcal{M} = \left\{ \begin{bmatrix} a & a \\ a & a \end{bmatrix} : a \in \mathbb{R}, a \neq 0 \right\}$$

и  $\cdot$  означава операцију множења матрица.

Испитати које од следећих особина има структура  $(\mathcal{M}, \cdot)$ : затвореност, асоцијативност, неутрални елемент, инверзни елемент, комутативност.

Да ли је структура  $(\mathcal{M}, \cdot)$  група? Да ли је структура  $(\mathcal{M}, \cdot)$  Абелова група?

2. Дате су права  $p: \frac{x}{2} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z-1}{0}$  и раван  $\alpha: x + 3y - z = 2$  у простору.

а) Одредити међусобни положај праве  $p$  и равни  $\alpha$ .

б) Наћи праву  $q$  симетричну правој  $p$  у односу на раван  $\alpha$ .

в) Колики је угао између праве  $p$  и равни  $\alpha$ ,  $\sphericalangle(p, \alpha)$ ?

3. Дата је функција

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\ln(1+x^2) - \sin(\sin x) + x - x^2}{x^3}, & x \neq 0 \\ \frac{1}{3}, & x = 0. \end{cases}$$

а) Написати Маклоренове полиноме трећег степена за функције  $\ln(1+x^2)$  и  $\sin(\sin x)$ .

б) Израчунати  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ .

в) Да ли је функција  $f(x)$  непрекидна у тачки  $x = 0$ ?

4. Испитати ток и скицирати график функције

$$f(x) = \sqrt{x^2 + 3x + 2} - x - 1.$$

## Резултати и упутства за I групу

### 1. задатак 2.150 из „Методичке збирке решених задатака из Математике 1“

Када је  $\begin{vmatrix} a & 2b \\ b & a \end{vmatrix} = a^2 - 2b^2 = 0$  (што је за неке реалне вредности  $a$  и  $b$ ) не постоји инверзна матрица! Остале особине важе, па ово није ни група (самим тим ни Абелова група). Структура је комутативан моноид.

### 2. сличан са задацима 4.47в, 4.33, 4.26 из „Методичке збирке решених задатака из Математике 1“

а) права  $p$  и раван  $\alpha$  су паралелне (треба проверити да  $p \notin \alpha$ ).

б)  $q: \frac{x - \frac{27}{7}}{1} = \frac{y - \frac{5}{7}}{1} = \frac{z - \frac{17}{7}}{1}.$

в) Како су угао права  $p$  и раван  $\alpha$  су паралелне оне не заклапају угао! (признавано и ко је ставио да је угао  $\sphericalangle(p, \alpha) = 0$  јер је  $\vec{v}_p \perp \vec{n}_\alpha$ )

### 3. сличан са задатком 8.33 из „Методичке збирке решених задатака из Математике 1“

а) Макоренови развоји су:  $e^{x-1} = 1 + x + x^2 + \frac{5}{6}x^3 + o(x^3), \quad \sin 2x = 2x - \frac{4}{3}x^3 + o(x^3).$

б)  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 0.$

в) Функција  $f(x)$  није непрекидна у тачки  $x = 0$  јер је  $3 \neq \frac{3}{8}$ , тј.  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) \neq f(0).$

### 4. сличан са задатком 9.27 из „Методичке збирке решених задатака из Математике 1“ – само $f(-x)$

Функција  $f(x) = 2 - x - \sqrt{x^2 - x + 1}.$

1° Домен је  $D_f = (-\infty, +\infty).$

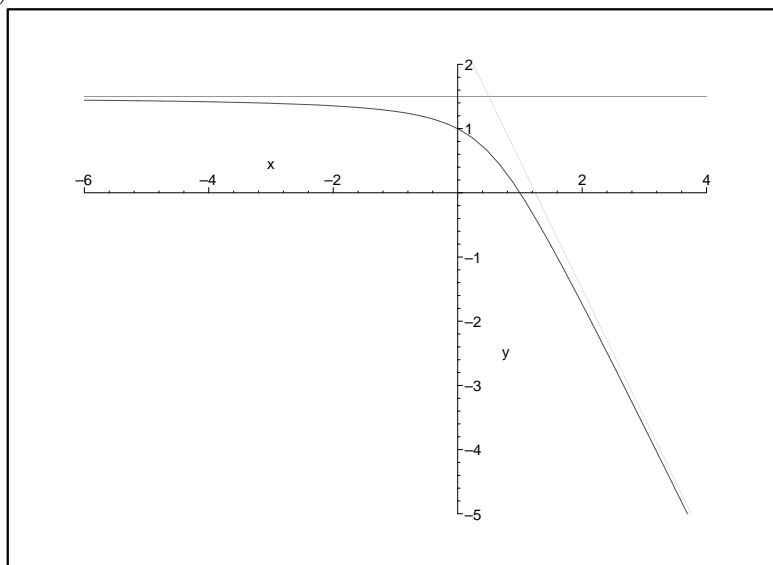
2° Нула је за  $x = 1$ . Знак: за  $x < 1$  је  $f(x) > 0$ , а за  $x > 1$  је  $f(x) < 0$ . Пресек са  $y$ -осом је  $Y(0, 1).$

3° Није ни парна ни непарна (јер је  $f(1) \neq f(-1)$  и  $f(1) \neq -f(-1)$ ), ни периодична (јер се нуле не понављају периодично).

4° Нема вертикалних асимптот, јер је  $D_f = (-\infty, +\infty).$  Има леву хоризонталну асимптоту  $y = \frac{3}{2}$  и десну косу асимптоту  $y = -2x + \frac{5}{2}.$

5°  $y' = -1 - \frac{2x-1}{2\sqrt{x^2-x+1}}.$  Монотоност: увек опада. Нема локалних екстрема.

6°  $y'' = \frac{-3}{4(x^2-x+1)^{3/2}}.$  Конвексност: свуда је конкавна ( $\cap$ ). Нема превојних тачака.



## Упутства за II групу

1. задатак 2.159 из „Методичке збирке решених задатака из Математике 1“

Ово је Абелова група (самим тим и група).

2. сличан са задацима 4.47в, 4.33, 4.26 из „Методичке збирке решених задатака из Математике 1“

а) права  $p$  и раван  $\alpha$  се секу.

3. сличан са задатком 8.33 из „Методичке збирке решених задатака из Математике 1“

а) Макоренови развоји су:  $\ln(1+x^2) = x^2 + o(x^3)$ ,  $\sin(\sin x) = x - \frac{1}{3}x^3 + o(x^3)$ .

б)  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \frac{1}{3}$ .

в) Функција  $f(x)$  је непрекидна у тачки  $x = 0$  јер је  $\frac{1}{3} = \frac{1}{3}$ , тј.  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = f(0)$ .

4. сличан са задатком 9.28 из „Методичке збирке решених задатака из Математике 1“ – само  $-f(x)$

