

## 3. Колоквијуми 2008.

### 3.1 Пробни први колоквијум

65. Да ли је исправно закључивање:

- Ако је Милан добио добру оцену, онда није грешио или су били лаки задаци и знао је све формуле.
- Милан је добио добру оцену.
- Било је тешких задатака.
- На основу свега претходног следи да Милан није грешио.

66. Дата је скупова формула

$$(A \setminus B) \cup (C \setminus D) \subseteq (A \cup C) \setminus (B \cap D).$$

- а) Представити леву и десну страну формуле преко Венових дијаграма.
- б) Представити ову формулу преко исказних формула.
- в) Испитати да ли је исказна формула таутологија (тј. да ли је полазна скупова формула увек тачна).

67. Одредити истинитосну вредност предикатске формуле

$$(\forall x)(\exists y) \left( ((\alpha(x, y) \vee \neg \alpha(y, z)) \Rightarrow \alpha(z, a)) \Rightarrow (\exists z) \alpha(y, f(x, z)) \right)$$

за интерпретацију  $\mathcal{D} = \mathbb{Z}$ ,  $\alpha: =$ ,  $f$ : множење,  $a: 0$ .

68. Дата је релација

$$\varrho: x \varrho y \stackrel{\text{деф}}{\iff} 2 \mid x \cdot y$$

на скупу  $\{1, -1, 2, 6\}$ .

- а) Набројати све елементе који су у релацији  $\varrho$  и који нису у релацији  $\varrho$ .
- б) Представити дату релацију таблично и преко графа.
- в) Да ли је дата релација рефлексивна, симетрична, антисиметрична, транзитивна?
- г) Испитати да ли је то релација еквиваленције и/или релација поретка.

д) Уколико је то релација еквиваленције одредити све класе еквиваленције, а уколико је то релација поретка представити је преко Хасеовог дијаграма и испитати да ли је то релација тоталног или парцијалног поретка.

## 3.2 Први колоквијум 2008.

### Група А

69. Четворо пријатеља Аца, Боки, Цеца и Дуда су осумњичени за убиство. Могуће је да је више особа истовремено криво за убиство. Пред истражним судијом они су изјавили следеће:

- **Аца:** Ако је Боки крив, крива је и Дуда.
- **Боки:** Ако Аца није крив, онда је крива Цеца.
- **Цеца:** Ја нисам крива, али је или Аца крив или је Дуда крива.
- **Дуда:** Ја нисам крива.

Да ли су ове четири изјаве непротивречне? Ако свако говори истину ко је крив?

(Уколико има више могућих решења навести их сва!)

70. Дата је скупова формула

$$(A \setminus B) \cup (A \setminus (A \setminus C)) \subseteq A \setminus (B \setminus C).$$

- а) Представити леву и десну страну формуле преко Венових дијаграма.
- б) Представити ову формулу преко исказних формула.
- в) Испитати да ли је исказна формула таутологија (тј. да ли је полазна скупова формула увек тачна).

71. Одредити истинитосну вредност предикатске формуле

$$(\exists x) \left( (\exists z) \alpha(f(x, z), y) \vee (\alpha(x, y) \Rightarrow \neg \alpha(z, a)) \right)$$

за интерпретацију  $\mathcal{D} = \mathcal{P}(A)$ ,  $\alpha: =$ ,  $f: \cup$ ,  $a: \emptyset$ .

72. Дата је релација

$$\rho: x \rho y \stackrel{\text{деф}}{\iff} \begin{array}{l} \text{разлика збира цифара броја } x \text{ и збира цифара} \\ \text{броја } y \text{ је дељива са } 3 \end{array}$$

на скупу  $\{11, 22, 34, 36, 56\}$ .

- а) Набројати све елементе који су у релацији  $\rho$  и који нису у релацији  $\rho$ .
- б) Представити дату релацију таблично и преко графа.
- в) Да ли је дата релација рефлексивна, симетрична, антисиметрична, транзитивна?
- г) Испитати да ли је то релација еквиваленције и/или релација поретка.
- д) Уколико је то релација еквиваленције одредити све класе еквиваленције, а уколико је то релација поретка представити је преко Хасеовог дијаграма и испитати да ли је то релација тоталног или парцијалног поретка.

## Група Б

73. Четворо пријатеља Аца, Боки, Цеца и Дуда су осумњичени за убиство. Могуће је да је више особа истовремено криво за убиство. Пред истражним судијом они су изјавили следеће:

- **Аца:** Ако Боки није крив, онда је Дуда крива.
- **Боки:** Цеца и Дуда нису криве.
- **Цеца:** Ја нисам крива, а крив је Боки.
- **Дуда:** Ја нисам крива, али је Аца крив.

Да ли су ове четири изјаве непротивречне? Ако свако говори истину ко је крив?

(Уколико има више могућих решења навести их сва!)

74. Дата је скуповна формула

$$A \setminus (B \setminus C) = (A \setminus B) \cup (A \cap C).$$

- а) Представити леву и десну страну формуле преко Венових дијаграма.
- б) Представити ову формулу преко исказних формула.
- в) Испитати да ли је исказна формула таутологија (тј. да ли је полазна скуповна формула увек тачна).

75. Одредити истинитосну вредност предикатске формуле

$$(\forall x) \left( (\exists z) \alpha(x, f(y, z)) \vee \neg \alpha(y, a) \Rightarrow (\exists y) \alpha(y, f(x, z)) \right)$$

за интерпретацију  $\mathcal{D} = \mathbb{N}$ ,  $\alpha: =, f$ : множење,  $a: 1$ .

76. Дата је релација

$$\rho = \{(1, 1), (1, 3), (1, 4), (2, 2), (2, 5), (3, 1), (3, 3), (3, 4), (4, 1), (4, 3), (4, 4), (5, 2), (5, 5)\}$$

на скупу  $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ .

- а) Набројати све елементе који су у релацији  $\rho$  и који нису у релацији  $\rho$ .
- б) Представити дату релацију таблично и преко графа.
- в) Да ли је дата релација рефлексивна, симетрична, антисиметрична, транзитивна?
- г) Испитати да ли је то релација еквиваленције и/или релација поретка.
- д) Уколико је то релација еквиваленције одредити све класе еквиваленције, а уколико је то релација поретка представити је преко Хасеовог дијаграма и испитати да ли је то релација тоталног или парцијалног поретка.

## Група Г

77. Четворо пријатеља Аца, Боки, Цеца и Дуда су осумњичени за убиство. Могуће је да је више особа истовремено криво за убиство. Пред истражним судијом они су изјавили следеће:

- **Аца:** Ја нисам крив, а крив је Боки.
- **Боки:** Аца и Цеца нису криви.
- **Цеца:** Ја нисам крива, али је Дуда крива.
- **Дуда:** Ако Боки није крив, онда је Цеца крива.

Да ли су ове четири изјаве непротивречне? Ако свако говори истину ко је крив?

(Уколико има више могућих решења навести их сва!)

78. Дата је скупова формула

$$(A \cap B) \cup C = A \cap (B \cup C) \Leftrightarrow C \subseteq A.$$

- а) Представити  $(A \cap B) \cup C$  и  $A \cap (B \cup C)$  преко Венових дијаграма.
- б) Представити ову формулу преко исказних формула.
- в) Испитати да ли је исказна формула таутологија (тј. да ли је полазна скупова формула увек тачна).

79. Одредити истинитосну вредност предикатске формуле

$$(\forall x) \left( (\exists y) \alpha(x, f(x, y)) \Leftrightarrow \neg(\neg \alpha(x, y) \wedge \neg \alpha(y, a)) \right)$$

за интерпретацију  $\mathcal{D} = \mathcal{P}(A)$ ,  $\alpha: =, f: \cup, a: \emptyset$ , где је  $A$  непразан скуп.

80. Дата је релација

$$\rho = \{(a, a), (a, b), (a, d), (b, b), (c, a), (c, b), (c, c), (c, d), (c, e), (d, b), (d, d), (e, a), (e, b), (e, d), (e, e)\}$$

на скупу  $\{a, b, c, d, e\}$ .

- а) Набројати све елементе који су у релацији  $\rho$  и који нису у релацији  $\rho$ .
- б) Представити дату релацију таблично и преко графа.
- в) Да ли је дата релација рефлексивна, симетрична, антисиметрична, транзитивна?
- г) Испитати да ли је то релација еквиваленције и/или релација поретка.
- д) Уколико је то релација еквиваленције одредити све класе еквиваленције, а уколико је то релација поретка представити је преко Хасеовог дијаграма и испитати да ли је то релација тоталног или парцијалног поретка.

## Група Д

81. Четворо пријатеља Аца, Боки, Цеца и Дуда су осумњичени за убиство. Могуће је да је више особа истовремено криво за убиство. Пред истражним судијом они су изјавили следеће:

- **Аца:** Ја нисам крив.
- **Боки:** Ако Аца није крив, онда је крива Дуда.
- **Цеца:** Ако је Боки крив, крив је и Аца.
- **Дуда:** Или је Аца крив или је Цеца крива. Наравно, ја нисам крива.

Да ли су ове четири изјаве непротивречне? Ако свако говори истину ко је крив?

(Уколико има више могућих решења навести их сва!)

82. Дата је скупова формула

$$A \subseteq C \Rightarrow (A \cup B) \cap C = (A \cup C) \cap (A \cup B).$$

- а) Представити  $(A \cup B) \cap C$  и  $(A \cup C) \cap (A \cup B)$  преко Венових дијаграма.
- б) Представити ову формулу преко исказних формула.
- в) Испитати да ли је исказна формула таутологија (тј. да ли је полазна скупова формула увек тачна).

83. Одредити истинитосну вредност предикатске формуле

$$(\forall x) \left( (\exists y) \alpha(x, f(y, z)) \Rightarrow \neg(\alpha(x, a) \wedge \neg \alpha(x, y)) \right)$$

за интерпретацију  $\mathcal{D} = \mathbb{N}$ ,  $\alpha: =, f$ : множење,  $a: 5$ .

84. Дата је релација

$$\varrho: x \varrho y \stackrel{\text{деф}}{\iff} x \mid y$$

на скупу  $\{1, 2, 3, 6, 8\}$ .

- Набројати све елементе који су у релацији  $\varrho$  и који нису у релацији  $\varrho$ .
- Представити дату релацију таблично и преко графа.
- Да ли је дата релација рефлексивна, симетрична, антисиметрична, транзитивна?
- Испитати да ли је то релација еквиваленције и/или релација поретка.
- Уколико је то релација еквиваленције одредити све класе еквиваленције, а уколико је то релација поретка представити је преко Хасеовог дијаграма и испитати да ли је то релација тоталног или парцијалног поретка.

### 3.3 Пробни други колоквијум

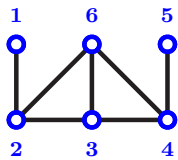
85. Дата је релација  $\varrho$  условом

$$x \varrho y \stackrel{\text{деф}}{\iff} x(y^2 + 1) \leq y(x^2 + 1)$$

на скупу  $S \subseteq \mathbb{R}$ .

- Доказати да релација  $\varrho$  не задовољава особину антисиметричности на целом скупу  $\mathbb{R}$ .
- Доказати да релација  $\varrho$  представља релацију поретка на скупу  $S = [1, +\infty)$ .
- Да ли је то релација тоталног или релација парцијалног поретка? Да ли је то решетка?
- Показати да је 1 највећи елемент скупа  $S = [1, +\infty)$ .
- Одредити (ако постоје) најмањи, највећи, минималан и максималан елемент скупа  $T = \{-2, 0, \frac{1}{2}, 1, \frac{3}{2}, 3\}$ .

86. На следећој слици је представљен граф  $G = (V, E)$ .



- Одредити скуп чворова  $V$  и скуп грана  $E$ .
- Написати матрицу суседства  $A$ , матрицу инциденције чворова и грана  $R$  и матрицу растојања  $D$ .
- Да ли је граф  $G$  повезан?
- Израчунати матрице  $A^2$  и  $A^3$ . Које закључке можемо извући из ових матрица?

87. Нека су фреквенције појављивања неких симбола дате у следећој табlici

симбол	а	д	е	ф	г	м	р	с
фреквенција	16	10	12	1	5	7	8	3

а) Одредити одговарајуће Хафманово стабло  $T$  (тј. бинарно стабло минималне средње дужине пута код кога су дати симболи листови), као и одговарајући Хафманов код.

б) Колика је висина добијеног стабла  $T$ ? Одредити ниво сваког листа у стаблу  $T$ . Да ли је стабло  $T$  балансирано? Да ли је стабло  $T$  потпуно бинарно стабло?

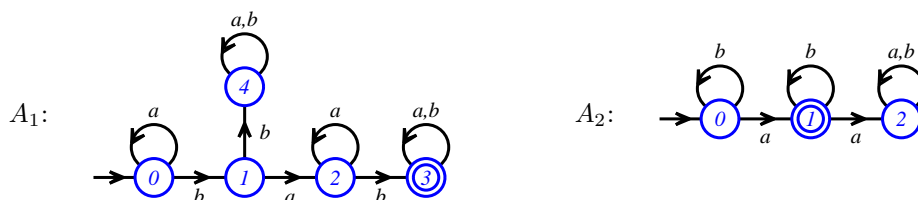
в) Колики је средњи број приступа при успешном тражењу за ово стабло?

г) Кодирати реч „граф“.

д) Да ли је неки од следећих кодова исправан (тј. представља неку од речи горње азбуке):

10, 001, 01000, 110111, 01110010, 01111001001?

88. На следећим сликама су представљена 2 коначна аутомата  $A_1$  и  $A_2$ .



а) Испитати које од наредних речи

$\varepsilon$ ,  $a$ ,  $b$ ,  $abba$ ,  $baba$ ,  $aaab$ ,  $abb$ ,  $baaab$ ,  $abaabb$ ,  $bbabbb$

препознаје аутомат  $A_1$ , а које аутомат  $A_2$ .

в) Одредити регуларну граматiku  $G_1 = (N_1, T_1, \Pi_1, \sigma_1^*)$  која одговара коначном аутомату  $A_1$ , као и регуларну граматiku  $G_2 = (N_2, T_2, \Pi_2, \sigma_2^*)$  која одговара коначном аутомату  $A_2$ .

г) Одредити аутомат који препознаје све непразне речи које не препознаје аутомат  $A_1$ .

д) Одредити аутомат који препознаје све речи које препознаје аутомат  $A_1$  или аутомат  $A_2$ . Да ли је такав аутомат оптималан?

## 3.4 Други колоквијум 2008.

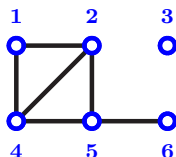
### Група А

89. Нека је  $\rho$  бинарна релација дефинисана подскупу  $S \subseteq \mathbb{R}^+$  тако да за све  $x, y \in S$  важи

$$x \rho y \stackrel{\text{деф}}{\iff} \frac{x + 5y}{3y} \leq 2.$$

- Доказати да релација  $\rho$  представља релацију поретка на скупу  $S$ .
- Да ли је то релација тоталног или релација парцијалног поретка? Да ли је то решетка?
- Одредити (ако постоје) најмањи, највећи, минималан и максималан елемент скупа  $T = \{1, \sqrt{3}, 5\}$ .

90. На следећој слици је представљен граф  $G = (V, E)$ .



- Одредити скуп чворова  $V$  и скуп грана  $E$ .
- Написати матрицу суседства  $A$ , матрицу инциденције чворова и грана  $R$  и матрицу растојања  $D$ .
- Да ли је граф  $G$  повезан?
- Колико има путева дужине 3 од чвора 1 до чвора 5? Колико има путева дужине 3 од чвора 1 до чвора 3? Одредити елементе матрица  $A^2$  и  $A^3$  потребне за проверу овог резултата.

91. Нека су фреквенције појављивања неких симбола дате у следећој табlici

симбол	а	е	п	р	с	т
фреквенција	10	9	4	6	2	1

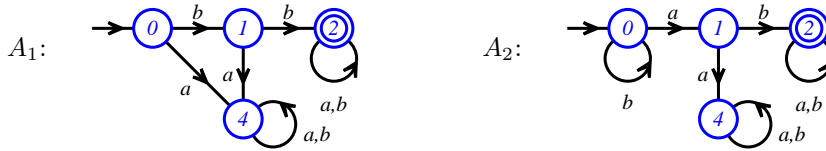
- Одредити одговарајуће Хафманово стабло  $T$  (тј. бинарно стабло минималне средње дужине пута код кога су дати симболи листови), као и одговарајући Хафманов код.
- Колика је висина добијеног стабла  $T$ ? Одредити ниво сваког листа у стаблу  $T$ . Да ли је стабло  $T$  балансирано? Да ли је стабло  $T$  потпуно бинарно стабло?
- Кодирати реч „прасе“.
- Да ли је неки од следећих кодова исправан (тј. представља неку од



речи горње азбуке):

011, 100, 000101, 1011001, 010010010011?

92. На следећим сликама су представљена 2 коначна аутомата  $A_1$  и  $A_2$ .



а) Испитати које од наредних речи

$\varepsilon$ ,  $a$ ,  $b$ ,  $abba$ ,  $baba$ ,  $aaab$ ,  $abb$ ,  $baaab$ ,  $abaabb$ ,  $bbabbb$

препознаје аутомат  $A_1$ , а које аутомат  $A_2$ .

б) Испитати које све речи препознаје аутомат  $A_1$ , а које аутомат  $A_2$ .

в) Одредити регуларну граматiku  $G_1 = (N_1, T_1, \Pi_1, \sigma_1^*)$  која одговара коначном аутомату  $A_1$ , као и регуларну граматiku  $G_2 = (N_2, T_2, \Pi_2, \sigma_2^*)$  која одговара коначном аутомату  $A_2$ .

г) Одредити аутомат који препознаје све речи које не препознаје аутомат  $A_1$ .

д) Одредити аутомат који препознаје све речи које препознаје аутомат  $A_1$  или аутомат  $A_2$ . Да ли је такав аутомат оптималан?

## Група Б

93. Нека је  $\rho$  бинарна релација дефинисана на неком подскупу  $S$  скупа  $\mathbb{R}^*$  тако да за све  $x, y \in S$  важи

$$x \rho y \iff \frac{x+2y}{3y} \in T,$$

где је  $T$  скуп непарних природних бројева.

а) Доказати да је релација  $\rho$  релација поретка на скупу  $\mathbb{R}^*$ . Да ли је то релација парцијалног или тоталног поретка?

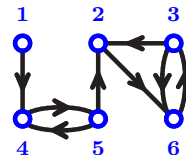
б) Да ли је релација  $\rho$  релација еквиваленције на скупу  $\mathbb{R}^*$ ?

в) Ако постоје одредити најмањи, највећи, минималан и максималан елемент скупа  $S$ , као и супремум и инфимум подскупа  $S_1 = \{7, 13, 49, 91\}$ .

94. На следећој слици је представљен граф  $G = (V, E)$ .

а) Одредити скуп чворова  $V$  и скуп грана  $E$ .

б) Написати матрицу суседства  $A$ , матрицу инциденције чворова и грана  $S$



и матрицу растојања  $D$ .

в) Колико има путева дужине 3 од чвора 5 до чвора 3? Колико има путева дужине 3 од чвора 3 до чвора 3? Одредити елементе матрица  $A^2$  и  $A^3$  потребне за проверу овог резултата.

95. Нека су фреквенције појављивања неких симбола дате у следећој табелици

симбол	а	д	е	н	р	с
фреквенција	11	2	12	3	8	4

а) Одредити одговарајуће Хафманово стабло  $T$  (тј. бинарно стабло минималне средње дужине пута код кога су дати симболи листови), као и одговарајући Хафманов код.

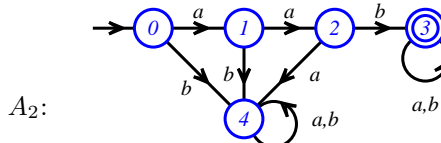
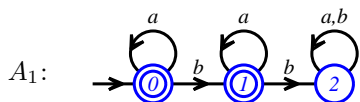
б) Колика је висина добијеног стабла  $T$ ? Одредити ниво сваког листа у стаблу  $T$ . Да ли је стабло  $T$  балансирано? Да ли је стабло  $T$  потпуно бинарно стабло?

в) Кодирати реч „данас“.

г) Да ли је неки од следећих кодова исправан (тј. представља неку од речи горње азбуке):

011, 1000, 01101000, 010000101, 0100011011010?

96. На следећим сликама су представљена 2 коначна аутомата  $A_1$  и  $A_2$ .



а) Испитати које од наредних речи

$\varepsilon$ ,  $a$ ,  $b$ ,  $abba$ ,  $baba$ ,  $aaab$ ,  $abb$ ,  $baaab$ ,  $aabaabb$ ,  $bbabbb$

препознаје аутомат  $A_1$ , а које аутомат  $A_2$ .

б) Испитати које све речи препознаје аутомат  $A_1$ , а које аутомат  $A_2$ .

в) Одредити регуларну граматику  $G_1 = (N_1, T_1, \Pi_1, \sigma_1^*)$  која одговара коначном аутомату  $A_1$ , као и регуларну граматику  $G_2 = (N_2, T_2, \Pi_2, \sigma_2^*)$  која одговара коначном аутомату  $A_2$ .

г) Одредити аутомат који препознаје све речи које не препознаје аутомат  $A_2$ .

д) Одредити аутомат који препознаје све речи које препознају и аутомат  $A_1$  и аутомат  $A_2$ . Да ли је такав аутомат оптималан?

## Група Г

97. Нека је релација  $\rho$  дата на следећи начин:

$$(\forall x, y \in \mathbb{R}) x \rho y \stackrel{\text{деф}}{\iff} x^2 y - x = y^2 x - y.$$

а) Испитати да ли је  $\rho$  релација еквиваленције на скупу  $\mathbb{R}$ .

Ако јесте, одредити класе еквиваленције елемената 0, 1, -3, 2 и  $\frac{1}{2}$ .

б) Испитати да ли је  $\rho$  релација поретка (као и тоталног или парцијалног поретка) на скупу  $\mathbb{R}$ .

Ако јесте одредити најмањи, највећи, минималан и максималан елемент скупа  $(\mathbb{R}, \rho)$ .

98. Граф  $G = (V, E)$  је задат својом матрицом растојања  $D$ :

$$D = \begin{matrix} & \begin{matrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 3 & 2 \\ 1 & 0 & 1 & 2 & 4 & 3 \\ 1 & 1 & 0 & 2 & 4 & 3 \\ 1 & 2 & 2 & 0 & 2 & 1 \\ 3 & 4 & 4 & 2 & 0 & 1 \\ 2 & 3 & 3 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

а) Написати матрицу суседства  $A$ ,

као и матрицу инциденције чворова и грана  $R$ .

б) Нацртати дати граф.

в) Одредити скуп чворова  $V$  и скуп грана  $E$ .

г) Да ли је граф  $G$  повезан?

д) Колико има путева дужине 3 од чвора 4 до чвора 2? Колико има путева дужине 3 од чвора 4 до чвора 6? Одредити елементе матрица  $A^2$  и  $A^3$  потребне за проверу овог резултата.

99. Нека су фреквенције појављивања неких симбола дате у следећој табlici

симбол	а	е	к	м	о	т
фреквенција	13	9	4	5	6	3

а) Одредити одговарајуће Хафманово стабло  $T$  (тј. бинарно стабло минималне средње дужине пута код кога су дати симболи листови), као и одговарајући Хафманов код.

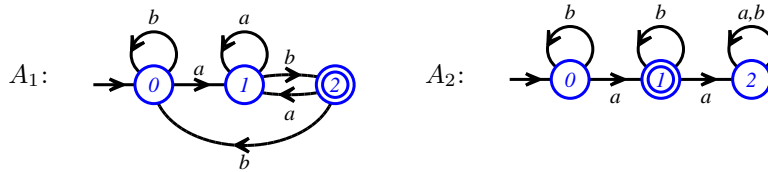
б) Колика је висина добијеног стабла  $T$ ? Одредити ниво сваког листа у стаблу  $T$ . Да ли је стабло  $T$  балансирано? Да ли је стабло  $T$  потпуно бинарно стабло?

в) Кодирати реч „комета“.

г) Да ли је неки од следећих кодова исправан (тј. представља неку од речи горње азбуке):

011, 100, 000101, 00110100, 00011001?

100. На следећим сликама су представљена 2 коначна аутомата  $A_1$  и  $A_2$ .



а) Испитати које од наредних речи

$\varepsilon$ ,  $a$ ,  $b$ ,  $abba$ ,  $baba$ ,  $aaab$ ,  $abb$ ,  $baaab$ ,  $abaabb$ ,  $bbabbb$

препознаје аутомат  $A_1$ , а које аутомат  $A_2$ .

б) Испитати које све речи препознаје аутомат  $A_1$ , а које аутомат  $A_2$ .

в) Одредити регуларну граматiku  $G_1 = (N_1, T_1, \Pi_1, \sigma_1^*)$  која одговара коначном аутомату  $A_1$ , као и регуларну граматiku  $G_2 = (N_2, T_2, \Pi_2, \sigma_2^*)$  која одговара коначном аутомату  $A_2$ .

г) Одредити аутомат који препознаје све непразне речи које не препознаје аутомат  $A_1$ .

д) Одредити аутомат који препознаје све речи које препознају и аутомат  $A_1$  и аутомат  $A_2$ . Да ли је такав аутомат оптималан?

## Група Д

101. Нека је  $\rho$  бинарна релација дефинисана на скупу  $\mathbb{N}$  тако да за све  $x, y \in \mathbb{N}$  важи

$$x \rho y \stackrel{\text{деф}}{\iff} (\exists k \in \mathbb{N}) x + y = 2k \cdot x.$$

а) Доказати да ли релација  $\rho$  представља једно уређење (релацију поретка) на скупу  $\mathbb{N}$ .

б) Испитати да ли је то релација тоталног или релација парцијалног поретка. Да ли је то решетка?

в) Одредити (ако постоје) најмањи, највећи, минималан и максималан елемент скупа  $\mathbb{N}$ .

г) Испитати да ли релација  $\rho$  представља једно релацију еквиваленције на скупу  $\mathbb{N}$ .

102. Дат је неоријентисан граф  $G = (V, E)$  са

$$V = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} \quad \text{и} \quad E = \left\{ \{1, 4\}, \{1, 5\}, \{2, 4\}, \{2, 5\}, \{3, 6\}, \{4, 5\} \right\}.$$

а) Нацртати граф  $G$  и одредити степене  $d(v)$  свих чворова.

б) Написати матрицу суседства  $A$ , матрицу инциденције чворова и грана  $R$  и матрицу растојања  $D$ .

в) Да ли је граф  $G$  повезан?

г) Колико има путева дужине 3 од чвора 1 до чвора 2? Колико има путева

дужине 3 од чвора 1 до чвора 3? Одредити елементе матрица  $A^2$  и  $A^3$  потребне за проверу овог резултата.

**103.** Нека су фреквенције појављивања неких симбола дате у следећој табелици

симбол	а	к	м	о	с	т
фреквенција	33	4	25	6	7	5

а) Одредити одговарајуће Хафманово стабло  $T$  (тј. бинарно стабло минималне средње дужине пута код кога су дати симболи листови), као и одговарајући Хафманов код.

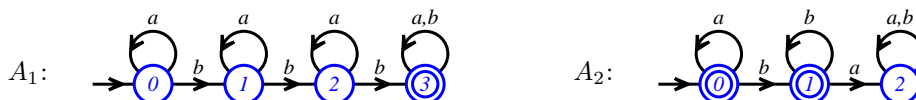
б) Колика је висина добијеног стабла  $T$ ? Одредити ниво сваког листа у стаблу  $T$ . Да ли је стабло  $T$  балансирано? Да ли је стабло  $T$  потпуно бинарно стабло?

в) Кодирати реч „коска“.

г) Да ли је неки од следећих кодова исправан (тј. представља неку од речи горње азбуке):

011, 100, 000101, 101101001, 010000101?

**104.** На следећим сликама су представљена 2 коначна аутомата  $A_1$  и  $A_2$ .



а) Испитати које од наредних речи

$\varepsilon$ ,  $a$ ,  $b$ ,  $abba$ ,  $baba$ ,  $aaab$ ,  $abb$ ,  $baaab$ ,  $aabaabb$ ,  $bbabbb$

препознаје аутомат  $A_1$ , а које аутомат  $A_2$ .

б) Испитати које све речи препознаје аутомат  $A_1$ , а које аутомат  $A_2$ .

в) Одредити регуларну граматику  $G_1 = (N_1, T_1, \Pi_1, \sigma_1^*)$  која одговара коначном аутомату  $A_1$ , као и регуларну граматику  $G_2 = (N_2, T_2, \Pi_2, \sigma_2^*)$  која одговара коначном аутомату  $A_2$ .

г) Одредити аутомат који препознаје све непразне речи које не препознаје аутомат  $A_1$ .

д) Одредити аутомат који препознаје све речи које препознају и аутомат  $A_1$  и аутомат  $A_2$ . Да ли је такав аутомат оптималан?

## 4. Колоквијуми 2009.

### 4.1 Први колоквијум 2009.

#### Група А

**105.** Пред студентске лиге у фудбалу и кошарци разговарају четворица студента ФОН-а.

Ацко каже: „Ако победимо у фудбалу, победићемо или у кошарци или у рукомету.“

Боцко каже: „Ако не победимо у кошарци, победићемо и у фудбалу и у рукомету.“

Цицко каже: „Победићемо у бар једном од ова 3 спорта.“

Дацко каже: „Ако Боцко није у праву онда је бар један од Ацка и Цицка у праву.“

Да ли су њихове изјаве непротивречне? Да ли је Дацко у праву? Уколико сви студенти говоре истину за који спорт можемо са сигурношћу рећи да ће ФОН победити у њему?

**106.** Дата је скуповна формула

$$A \subseteq B \wedge A \subseteq C \Leftrightarrow A \subseteq C \setminus (C \setminus B).$$

- а) Представити леву и десну страну формуле преко Венових дијаграма.
- б) Представити ову формулу преко исказних формула.
- в) Испитати да ли је исказна формула таутологија (тј. да ли је полазна скуповна формула увек тачна).

**107.** Одредити истинитосну вредност формуле

$$(\forall z) (\alpha(a, f(z, x)) \wedge \alpha(b, g(y, z))) \Rightarrow \beta(x, y),$$

где су  $a, b$  симболи константи,  $\alpha, \beta$  бинарни релацијски знаци,  $f, g$  бинарни функцијски (операцијски) знаци, при интерпретацији  $\mathcal{D} = \mathcal{P}(A)$ ,  $a: \emptyset$ ,  $b: A$ ,  $\alpha: =$ ,  $\beta: \subseteq$ ,  $f: \cap$ ,  $g: \cup$ , у зависности од валуације слободних променљивих.

108. Дата је релација

$$\varrho: x \varrho y \stackrel{\text{деф}}{\iff} \begin{array}{l} \text{разлика збира цифара броја } x \text{ и збира цифара} \\ \text{броја } y \text{ је дељива са } 9 \end{array}$$

на скупу  $\{11, 22, 38, 45, 56\}$ .

- а) Набројати све елементе који су у релацији  $\varrho$  и који нису у релацији  $\varrho$ .
- б) Представити дату релацију таблично и преко графа.
- в) Да ли је дата релација рефлексивна, симетрична, антисиметрична, транзитивна?
- г) Испитати да ли је то релација еквиваленције и/или релација поретка.
- д) Уколико је то релација еквиваленције одредити све класе еквиваленције, а уколико је то релација поретка представити је преко Хасеовог дијаграма и испитати да ли је то релација тоталног или парцијалног поретка.

## Група Б

109. Пред студентске лиге у фудбалу, кошарци и рукомету разговарају четворица студента ФОН-а.

Ацко каже: „Победићемо у бар једном од ова 3 спорта.“

Боцко каже: „Ако победимо у фудбалу, нећемо победити и у рукомету.“

Пицко каже: „Ако не победимо у кошарци, победићемо и у фудбалу и у рукомету.“

Дацко каже: „Ако Пицко није у праву онда је бар један од Ацка и Боцка у праву.“

Да ли су њихове изјаве непротивречне? Да ли је Дацко у праву? Уколико сви студенти говоре истину за који спорт можемо са сигурношћу рећи да ће ФОН победити у њему?

110. Дата је скуповна формула

$$A \subseteq B \wedge B \not\subseteq C \Rightarrow A \subseteq C \setminus (A \setminus C).$$

- а) Представити леву и десну страну формуле преко Венових дијаграма.
- б) Представити ову формулу преко исказних формула.
- в) Испитати да ли је исказна формула таутологија (тј. да ли је полазна скуповна формула увек тачна).

111. Одредити истинитосну вредност формуле

$$(\forall x) (\alpha(z, x) \wedge \alpha(y, x)) \Rightarrow \beta(f(y, z), g(y, z)),$$

где су  $\alpha, \beta$  бинарни релацијски знаци,  $f, g$  бинарни функцијски (операцијски) знаци, при интерпретацији  $\mathcal{D} = \mathbb{N}$ ,  $\alpha: |$ ,  $\beta: =$ ,  $f$ : множење,  $g(y, z) = y + z - 1$ , у зависности од валуације слободних променљивих.

**112.** Дата је релација

$$\varrho = \{(1, 1), (1, 3), (1, 5), (2, 1), (2, 2), (2, 3), (2, 4), (2, 5), (3, 3), (3, 5), (4, 1), (4, 3), (4, 4), (4, 5), (5, 5)\}$$

на скупу  $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ .

- а) Набројати све елементе који су у релацији  $\varrho$  и који нису у релацији  $\varrho$ .
- б) Представити дату релацију таблично и преко графа.
- в) Да ли је дата релација рефлексивна, симетрична, антисиметрична, транзитивна?
- г) Испитати да ли је то релација еквиваленције и/или релација поретка.
- д) Уколико је то релација еквиваленције одредити све класе еквиваленције, а уколико је то релација поретка представити је преко Хасеовог дијаграма и испитати да ли је то релација тоталног или парцијалног поретка.

## Група Г

**113.** Пред студентске лиге у фудбалу, кошарци и рукомету разговарају четворица студента ФОН-а.

Ацко каже: „Победићемо у бар једном од ова 3 спорта.“

Боцко каже: „Ако победимо у рукомету, победићемо или у фудбалу или у кошарци.“

Пицко каже: „Ако не победимо у кошарци, победићемо и у фудбалу и у рукомету.“

Дацко каже: „Ако Пицко није у праву онда је бар један од Ацка и Боцка у праву.“

Да ли су њихове изјаве непротивречне? Да ли је Дацко у праву? Уколико сви студенти говоре истину за који спорт можемо са сигурношћу рећи да ће ФОН победити у њему?

**114.** Дата је скуповна формула

$$(A \Delta B) \cap (D \setminus (C \setminus D)) \subseteq (B \setminus C) \cup D,$$

где  $A \Delta B$  представља симетричну разлику скупова  $A$  и  $B$ .

- а) Представити леву и десну страну формуле преко Венових дијаграма.
- б) Представити ову формулу преко исказних формула.
- в) Испитати да ли је исказна формула таутологија (тј. да ли је полазна скуповна формула увек тачна).

**115.** Одредити истинитосну вредност формуле

$$(\forall z) \alpha(a, f(z, x)) \Rightarrow \beta(x, y),$$

где је  $a$  симбол константе,  $\alpha, \beta$  бинарни релацијски знаци,  $f$  бинаран функцијски (операцијски) знак, при интерпретацији  $D = \mathbb{R}$ ,  $a: 0$ ,  $\alpha: =$ ,  $\beta: \leq$ ,  $f$  је множење реалних бројева, у зависности од валуације слободних променљивих.



116. Дата је релација

$$\rho = \{(a, a), (a, c), (b, b), (b, e), (c, a), (c, c), (d, d), (e, b), (e, e)\}$$

на скупу  $\{a, b, c, d, e\}$ .

- а) Набројати све елементе који су у релацији  $\rho$  и који нису у релацији  $\rho$ .
- б) Представити дату релацију таблично и преко графа.
- в) Да ли је дата релација рефлексивна, симетрична, антисиметрична, транзитивна?
- г) Испитати да ли је то релација еквиваленције и/или релација поретка.
- д) Уколико је то релација еквиваленције одредити све класе еквиваленције, а уколико је то релација поретка представити је преко Хасеовог дијаграма и испитати да ли је то релација тоталног или парцијалног поретка.

## Група Д

117. Пред студентске лиге у фудбалу, кошарци и рукомету разговарају четворица студента ФОН-а.

Ацко каже: „Ако не победимо у кошарци, победићемо и у фудбалу и у рукомету.“

Боцко каже: „Победићемо у бар једном од ова 3 спорта.“

Пицко каже: „Ако победимо у рукомету, нећемо победити и у фудбалу.“

Дацко каже: „Ако Боцко није у праву онда је бар један од Ацка и Пицка у праву.“

Да ли су њихове изјаве непротивречне? Да ли је Дацко у праву? Уколико сви студенти говоре истину за који спорт можемо са сигурношћу рећи да ће ФОН победити у њему?

118. Дата је скуповна формула

$$((A \Delta B) \cap C) \cup D = (B \cap C \cup D) \setminus A,$$

где  $A \Delta B$  представља симетричну разлику скупова  $A$  и  $B$ .

- а) Представити леву и десну страну формуле преко Венових дијаграма.
- б) Представити ову формулу преко исказних формула.
- в) Испитати да ли је исказна формула таутологија (тј. да ли је полазна скуповна формула увек тачна).

119. Одредити истинитосну вредност формуле

$$(\exists z) (\alpha(f(x, z), f(y, z))) \Rightarrow \neg \alpha(x, y),$$

где је  $f$  бинарни функцијски (операцијски) знак,  $\alpha$  бинарни релацијски знак, при интерпретацији  $\mathcal{D} = \mathcal{P}(A)$   $\alpha$ :  $=$ ,  $f$ :  $\cap$ , у зависности од валуације слободних променљивих.

120. Дата је релација

$$\varrho : x \varrho y \stackrel{\text{деф}}{\iff} x \mid y$$

на скупу  $\{2, 5, 4, 10, 20\}$ .

- Набројати све елементе који су у релацији  $\varrho$  и који нису у релацији  $\varrho$ .
- Представити дату релацију таблично и преко графа.
- Да ли је дата релација рефлексивна, симетрична, антисиметрична, транзитивна?
- Испитати да ли је то релација еквиваленције и/или релација поретка.
- Уколико је то релација еквиваленције одредити све класе еквиваленције, а уколико је то релација поретка представити је преко Хасеовог дијаграма и испитати да ли је то релација тоталног или парцијалног поретка.

## 4.2 Други колоквијум 2009.

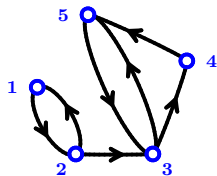
### Група А

121. Нека је  $\rho$  бинарна релација дефинисана подскупу  $S \subseteq \mathbb{R}$  тако да за све  $x, y \in S$  важи

$$x \rho y \stackrel{\text{деф}}{\iff} \frac{x + 5y}{2y} \geq 3.$$

- Доказати да релација  $\rho$  представља релацију поретка на скупу  $\mathbb{R}^+$ . Да ли је  $\rho$  релација тоталног или релација парцијалног поретка на скупу  $\mathbb{R}^+$ ? Да ли је  $(\mathbb{R}^+, \rho)$  решетка?
- Одредити (ако постоје) најмањи, највећи, минималан и максималан елемент, као и инфимум и супремум скупа  $T = \{1, \pi, \sqrt{3}, \frac{28}{5}, 5\}$ .
- Да ли је  $\rho$  релација поретка на скупу  $S = \{-5, 0, 4, 13\}$ ?

122. На следећој слици је представљен оријентисан граф  $G = (V, E)$ .



- Одредити скуп чворова  $V$  и скуп грана  $E$ .
- Одредити улазни степен  $d^-(v)$  и излазни степен  $d^+(v)$  сваког чвора.
- Написати матрицу суседства  $A$ , матрицу инциденције чворова и грана  $S$  и матрицу растојања  $D$ .
- Да ли дати граф има Ојлерову контуру, Ојлеров пут, Хамилтонову

контуру, Хамилтонов пут?

Уколико је одговор потврдан навести тај пут, односно контуру.

д) Одредити матрицу  $A^3$ . Колико има путева дужине 3 од чвора 5 до чвора 4, а колико путева дужине 3 од чвора 3 до чвора 5? Навести све те путеве.

**123.** Нека су фреквенције појављивања неких симбола дате у следећој табlici

симбол	a	e	п	р	с	ћ
фреквенција	28	10	4	9	2	1

а) Одредити одговарајуће Хафманово стабло  $T$  (унутрашње чворове према редоследу добијања означавати са  $T_1, T_2, T_3, T_4, T_5$ ), као и одговарајући Хафманов код.

б) Колика је висина добијеног стабла  $T$ ? Одредити ниво сваког листа у стаблу  $T$ . Да ли је стабло  $T$  балансирано? Да ли је стабло  $T$  потпуно бинарно стабло?

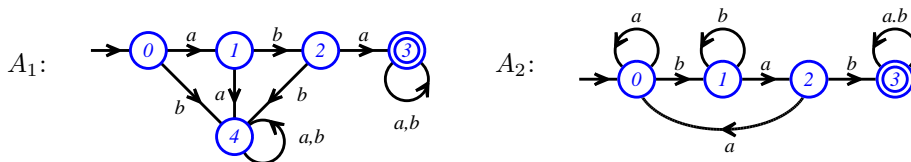
в) Одредити редослед обилазака чворова стабла  $T$  при КЛД, ЛКД и ЛДК обиласку.

г) Кодирати реч „прасеће“.

д) Да ли је неки од следећих кодова исправан (тј. представља неку од речи горње азбуке):

011, 100, 000100, 1011001, 010010010011?

**124.** На следећим сликама су представљена 2 коначна аутомата  $A_1$  и  $A_2$ .



а) Испитати које од наредних речи

$\varepsilon$ ,  $a$ ,  $b$ ,  $abba$ ,  $baba$ ,  $aaab$ ,  $abb$ ,  $baaab$ ,  $aabaabb$ ,  $bbabbb$

препознаје аутомат  $A_1$ , а које аутомат  $A_2$ .

б) Испитати које све речи препознаје аутомат  $A_1$ , а које аутомат  $A_2$ .

в) Одредити регуларну граматiku  $G_1 = (N_1, T_1, \Pi_1, \sigma_1^*)$  која одговара коначном аутомату  $A_1$ , као и регуларну граматiku  $G_2 = (N_2, T_2, \Pi_2, \sigma_2^*)$  која одговара коначном аутомату  $A_2$ .

г) Одредити аутомат који препознаје све речи које не препознаје аутомат  $A_2$ .

д) Одредити аутомат који препознаје све речи које препознају и аутомат  $A_1$  и аутомат  $A_2$ . Да ли је такав аутомат оптималан?

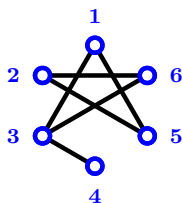
## Група Б

125. Нека је  $\rho$  бинарна релација дефинисана на неком подскупу  $S$  скупа  $\mathbb{R}$  тако да је

$$x \rho y \stackrel{\text{деф}}{\iff} x^2 - xy \geq 0.$$

- а) Доказати да је релација  $\rho$  релација поретка на скупу  $\mathbb{N}$ .  
Да ли је то релација парцијалног или тоталног поретка?
- б) Да ли је релација  $\rho$  релација поретка на скупу  $\mathbb{Z}$ ?
- в) Ако постоје одредити најмањи, највећи, минималан и максималан елемент (у односу на  $\rho$ ) скупа  $\mathbb{N}$ .
- г) Ако постоје одредити најмањи, највећи, минималан и максималан елемент (у односу на  $\rho$ ) скупа  $S = \{2, 4, 6, 8, 10\}$ , као и супремум и инфимум скупа  $S$ .

126. На следећој слици је представљен неоријентисан граф  $G = (V, E)$ .



- а) Одредити скуп чворова  $V$  и скуп грана  $E$ . Да ли дати граф повезан?
- б) Написати матрицу суседства  $A$ , матрицу инциденције чворова и грана  $R$  и матрицу растојања  $D$ . Одредити степене  $d(v)$  свих чворова.
- в) Да ли дати граф има Ојлерову контуру, Ојлеров пут, Хамилтонову контуру, Хамилтонов пут?  
Уколико је одговор потврдан навести тај пут, односно контуру.
- г) Одредити матрицу  $A^3$ . Колико има путева дужине 3 од чвора 5 до чвора 3, а колико путева дужине 3 од чвора 3 до чвора 6? Навести све те путеве.

127. Нека су фреквенције појављивања неких симбола дате у следећој табlici

симбол	а	д	е	н	р	с
фреквенција	13	3	8	10	7	6

- а) Одредити одговарајуће Хафманово стабло  $T$  (унутрашње чворове према редоследу добијања означавати са  $T_1, T_2, T_3, T_4, T_5$ ), као и одговарајући Хафманов код.
- б) Колика је висина добијеног стабла  $T$ ? Одредити ниво сваког листа у стаблу  $T$ . Да ли је стабло  $T$  балансирано? Да ли је стабло  $T$  потпуно бинарно стабло?

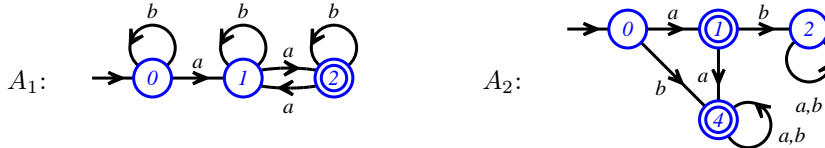
в) Одредити редослед обилазака чворова стабла  $T$  при КЛД, ЛКД и ЛДК обиласку.

г) Кодирати реч „насред“.

д) Да ли је неки од следећих кодова исправан (тј. представља неку од речи горње азбуке):

011, 10001, 01101000, 010000101, 0100011011010?

128. На следећим сликама су представљена 2 коначна аутомата  $A_1$  и  $A_2$ .



а) Испитати које од наредних речи

$\varepsilon$ ,  $a$ ,  $b$ ,  $abba$ ,  $baba$ ,  $aaab$ ,  $abb$ ,  $baaab$ ,  $aabaabb$ ,  $bbabbb$

препознаје аутомат  $A_1$ , а које аутомат  $A_2$ .

б) Испитати које све речи препознаје аутомат  $A_1$ , а које аутомат  $A_2$ .

в) Одредити регуларну граматику  $G_1 = (N_1, T_1, \Pi_1, \sigma_1^*)$  која одговара коначном аутомату  $A_1$ , као и регуларну граматику  $G_2 = (N_2, T_2, \Pi_2, \sigma_2^*)$  која одговара коначном аутомату  $A_2$ .

г) Одредити аутомат који препознаје све непразне речи које не препознаје аутомат  $A_2$ .

д) Одредити аутомат који препознаје све речи које препознају и аутомат  $A_1$  и аутомат  $A_2$ . Да ли је такав аутомат оптималан?

## Група Г

129. Нека је релација  $\rho$  дата на следећи начин:

$$(\forall x, y \in \mathbb{R}) x \rho y \stackrel{\text{деф}}{\iff} 5x^2 - 6xy + y^2 = 0.$$

а) Испитати да ли је  $\rho$  релација еквиваленције на скупу  $\mathbb{R}$ .

б) Испитати да ли је  $\rho$  релација поретка (као и тоталног или парцијалног поретка) на скупу  $\mathbb{R}$ .

в) Да ли је  $\rho$  релација еквиваленције на скупу  $S = \{-5, 0, 1, 4, 8\}$ ?

Ако јесте, одредити класе еквиваленције елемената.

г) Да ли је  $\rho$  релација поретка на скупу  $S = \{-5, 0, 1, 4, 8\}$ ?

Ако јесте одредити најмањи, највећи, минималан и максималан елемент скупа  $(S, \rho)$ .

**130.** Неоријентисани граф  $G = (V, E)$  је задат својом матрицом суседства  $A$ :

$$A = \begin{matrix} & \begin{matrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

- а) Написати матрицу растојања  $D$ , као и матрицу инциденције чворова и грана  $R$ .
- б) Нацртати дати граф и одредити степене  $d(v)$  свих чворова.
- в) Одредити скуп чворова  $V$  и скуп грана  $E$ . Да ли је граф  $G$  повезан?
- г) Да ли дати граф има Ојлерову контуру, Ојлеров пут, Хамилтонову контуру, Хамилтонов пут?
- д) Одредити матрицу  $A^3$ . Колико има путева дужине 3 од чвора 5 до чвора 4, а колико путева дужине 3 од чвора 3 до чвора 5? Навести све те путеве.

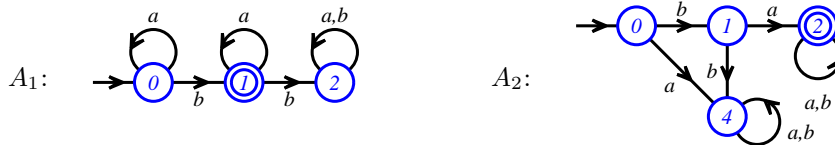
**131.** Нека су фреквенције појављивања неких симбола дате у следећој табlici

симбол	а	е	к	м	о	р
фреквенција	14	9	2	5	6	8

- а) Одредити одговарајуће Хафманово стабло  $T$  (унутрашње чворове према редоследу добијања означавати са  $T_1, T_2, T_3, T_4, T_5$ ), као и одговарајући Хафманов код.
- б) Колика је висина добијеног стабла  $T$ ? Одредити ниво сваког листа у стаблу  $T$ . Да ли је стабло  $T$  балансирано? Да ли је стабло  $T$  потпуно бинарно стабло?
- в) Одредити редослед обилазака чворова стабла  $T$  при КЛД, ЛКД и ЛДК обиласку.
- г) Кодирати реч „камера“.
- д) Да ли је неки од следећих кодова исправан (тј. представља неку од речи горње азбуке):

011,    1001,    0001011,    00110100,    01110010?

132. На следећим сликама су представљена 2 коначна аутомата  $A_1$  и  $A_2$ .



а) Испитати које од наредних речи

$\varepsilon$ ,  $a$ ,  $b$ ,  $abba$ ,  $baba$ ,  $aaab$ ,  $abb$ ,  $baaab$ ,  $abaabb$ ,  $bbabbb$

препознаје аутомат  $A_1$ , а које аутомат  $A_2$ .

б) Испитати које све речи препознаје аутомат  $A_1$ , а које аутомат  $A_2$ .

в) Одредити регуларну граматiku  $G_1 = (N_1, T_1, \Pi_1, \sigma_1^*)$  која одговара коначном аутомату  $A_1$ , као и регуларну граматiku  $G_2 = (N_2, T_2, \Pi_2, \sigma_2^*)$  која одговара коначном аутомату  $A_2$ .

г) Одредити аутомат који препознаје све непразне речи које не препознаје аутомат  $A_1$ .

д) Одредити аутомат који препознаје све речи које препознаје аутомат  $A_1$  или аутомат  $A_2$ . Да ли је такав аутомат оптималан?

## Група Д

133. Нека је релација  $\rho$  дата на следећи начин:

$$(\forall x, y \in \mathbb{R}) x \rho y \stackrel{\text{деф}}{\iff} x^2y - xy^2 = x - y.$$

а) Испитати да ли је  $\rho$  релација еквиваленције на скупу  $\mathbb{R}$ .

Ако јесте, одредити класе еквиваленције елемената  $0$ ,  $1$ ,  $-3$ ,  $2$  и  $\frac{1}{2}$ .

б) Испитати да ли је  $\rho$  релација поретка (као и тоталног или парцијалног поретка) на скупу  $\mathbb{R}$ .

Ако јесте одредити најмањи, највећи, минималан и максималан елемент скупа  $(S, \rho)$ , као и супремум и инфимум скупа  $S = \{0, 1, -3, 2, \frac{1}{2}\}$ .

134. Дат је оријентисан граф  $G = (V, E)$  са

$$V = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} \quad \text{и} \quad E = \{(1, 2), (1, 3), (2, 6), (3, 5), (4, 1), (5, 2), (6, 4)\}.$$

а) Нацртати граф  $G$  и одредити улазни степен  $d^-(v)$  и излазни степен  $d^+(v)$  сваког чвора.

б) Написати матрицу суседства  $A$ , матрицу инциденције чворова и грана  $S$  и матрицу растојања  $D$ .

в) Да ли дати граф има Ојлерову контуру, Ојлеров пут, Хамилтонову

контуру, Хамилтонов пут?

Уколико је одговор потврдан навести тај пут, односно контуру.

г) Одредити матрицу  $A^3$ . Колико има путева дужине 3 од чвора 5 до чвора 4, а колико путева дужине 3 од чвора 3 до чвора 5? Навести све те путеве.

**135.** Нека су фреквенције појављивања неких симбола дате у следећој табlici

симбол	а	д	е	н	п	р
фреквенција	12	9	8	11	10	7

а) Одредити одговарајуће Хафманово стабло  $T$  (унутрашње чворове према редоследу добијања означавати са  $T_1, T_2, T_3, T_4, T_5$ ), као и одговарајући Хафманов код.

б) Колика је висина добијеног стабла  $T$ ? Одредити ниво сваког листа у стаблу  $T$ . Да ли је стабло  $T$  балансирано? Да ли је стабло  $T$  потпуно бинарно стабло?

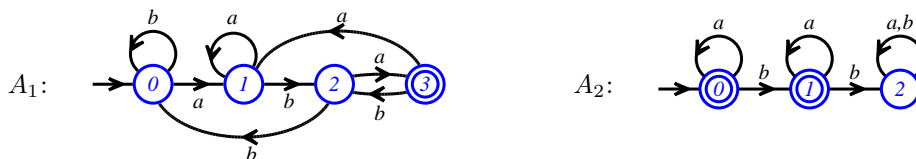
в) Одредити редослед обилазака чворова стабла  $T$  при КЛД, ЛКД и ЛДК обиласку.

г) Кодирати реч „напред“.

д) Да ли је неки од следећих кодова исправан (тј. представља неку од речи горње азбуке):

011, 100, 000101, 101101001, 010000101?

**136.** На следећим сликама су представљена 2 коначна аутомата  $A_1$  и  $A_2$ .



а) Испитати које од наредних речи

$\varepsilon$ ,  $a$ ,  $b$ ,  $abba$ ,  $baba$ ,  $aaab$ ,  $abb$ ,  $baaab$ ,  $aabaabb$ ,  $bbabbb$

препознаје аутомат  $A_1$ , а које аутомат  $A_2$ .

б) Испитати које све речи препознаје аутомат  $A_1$ , а које аутомат  $A_2$ .

в) Одредити регуларну граматiku  $G_1 = (N_1, T_1, \Pi_1, \sigma_1^*)$  која одговара коначном аутомату  $A_1$ , као и регуларну граматiku  $G_2 = (N_2, T_2, \Pi_2, \sigma_2^*)$  која одговара коначном аутомату  $A_2$ .

г) Одредити аутомат који препознаје све непразне речи које не препознаје аутомат  $A_1$ .

д) Одредити аутомат који препознаје све речи које препознаје или аутомат  $A_1$  или аутомат  $A_2$ . Да ли је такав аутомат оптималан?